**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**
**Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки**
Кафедра алгебри та математичного аналізу

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з науково-педагогічної і навчальної роботи та рекрутації,
проф. Гаврилюк С. В.
19 жовтня 2016 р.

# Математичний аналіз

**РОБОЧА ПРОГРАМА**
**нормативної навчальної дисципліни**

**підготовки** бакалавра

**галузь знань** 11 Математика та статистика, 01 Освіта, 12 Інформаційні технології

**спеціальність** 113 Прикладна математика, 014 Середня освіта (Інформатика), 122 Комп'ютерні науки та інформаційні технології

**освітня програма** Прикладна математика, Середня освіта (Інформатика), Комп'ютерні науки та інформаційні технології

Луцьк – 2016

**Робоча програма навчальної дисципліни** "Математичний аналіз " для студентів галузі знань 11 Математика та статистика, 01 Освіта, 12 Інформаційні технології , спеціальності 113 Прикладна математика, 014 Середня освіта (Інформатика), 122 Комп'ютерні науки та інформаційні технології , освітньої програми Прикладна математика, Середня освіта (Інформатика), Комп'ютерні науки та інформаційні технології.

"7" вересня, 2016 року.– 22 с.

**Розробник:** Федуник-Яремчук О.В., доцент кафедри алгебри та математичного аналізу, канд. фіз.-мат. наук.
Ковальчук І. Р. доцент кафедри алгебри та математичного аналізу, канд. фіз.-мат. наук.

**Рецензент:** Гембарська С.Б., доцент кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики, канд. фіз.-мат. наук, доцент

**Робоча програма навчальної дисципліни затверджена на засіданні кафедри** алгебри та математичного аналізу
протокол № 3 від 14. 09 . 2016 р.

Завідувач кафедри: (Кальчук. І.В.)

**Робоча програма навчальної дисципліни**
**схвалена науково-методичною комісією факультету**
інформаційних систем фізики та математики
протокол № 2 від 16 . 09 . 2016 р.

Голова науково-методичної
комісії факультету: (Полетило С. А.)

**Робоча програма навчальної дисципліни**
**схвалена науково-методичною радою університету**
протокол № 2 від 19 . 10 . 2016 р.

## Вступ

Програма навчальної дисципліни “Математичний аналіз”, складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності 113 Прикладна математика, 014 Середня освіта (Інформатика), 122 Комп’ютерні науки та інформаційні технології.

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни “Математичний аналіз ” є математичні поняття та методи таких розділів математики, як теорія границь, диференціальне та інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, теорія рядів.

**Міждисциплінарні зв’язки**: з алгеброю, геометрією, обчислювальною математикою, теорією ймовірностей.

Програма навчальної дисципліни складається з таких **змістових модулів**:

1. Вступ до математичного аналізу
2. Диференціальне числення функцій однієї змінної. Невизначений інтеграл.
3. Визначений інтеграл. Функції векторного аргументу.
4. Невласні інтеграли. Ряди.
5. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли.
6. Інтеграли, залежні від параметра. Ряд і інтеграл Фур’є.

## 1. Опис навчальної дисципліни

<table>
<tr><th rowspan="2">Найменування показників</th><th rowspan="2">Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень</th><th>Характеристика навчальної дисципліни</th></tr>
<tr><td>денна форма навчання</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Кількість кредитів 11</td><td>11 Математика та статистика, 01 Освіта, 12 Інформаційні технології</td><td rowspan="2">нормативна</td></tr>
<tr><td>113 – Прикладна математика<br>014 – Середня освіта (інформатика)<br>122 – Комп’ютерні науки та інформаційні технології</td></tr>
<tr><td>Модулів 6</td><td rowspan="4">Прикладна математика<br>Інформатика<br>Комп’ютерні науки та інформаційні технології</td><td>Рік підготовки: 1,2</td></tr>
<tr><td>Змістових модулів 6</td><td>Семестр: 1, 2, 3</td></tr>
<tr><td>ІНДЗ: є</td><td>Лекції: 96 год.</td></tr>
<tr><td>Загальна кількість годин 330</td><td>Практичні: 90 год.</td></tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| Тижневих годин<br>(для денної форми навчання):<br>аудиторних: 3,5/ 4 / 3<br>консультації 0.5/0.5/0.5<br>самостійної роботи 2,5/2,5/2,5 | бакалавр | Самостійна робота: 120 год. |
| | | Консультації: 24 год. |
| | | Форма контролю: залік/ екзамен/ екзамен |

**2. Мета та завдання навчальної дисципліни**

Метою викладання навчальної дисципліни "Математичний аналіз" є ґрунтовна математична підготовка бакалаврів та наукове обґрунтування ряду питань, перше уявлення про які одержано в шкільному курсі математики: поняття функції, границі, неперервності, похідної, інтеграла. Вивчення матеріалу передбачає показ ролі наукових методів у пізнанні навколишнього світу. Саме тому велика увага має приділятися задачам теорії і практики, які приводять до основних понять математичного аналізу.

Основу програми складають питання, які прийнято називати класичним математичним аналізом. Включення окремих питань сучасного математичного аналізу дозволить студентам одержати уявлення про розвиток та сучасний етап математичної науки.

Основними завданнями вивчення дисципліни " Математичний аналіз" є:

- опанування студентами таких основних тем:

дійсні числа та числові послідовності;
границя і неперервність функції однією змінної;
диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної;
невласні інтеграли;
диференціальне числення функцій векторного аргументу;
числові та функціональні ряди;
кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли;
інтеграл, залежний від параметра;
ряд і інтеграл Фур'є.

- підвищення математичної культури студентів;
- вироблення у студентів розуміння шляхів використання методів математичного аналізу на практиці.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні
***знати***:
аксіоматичну теорію дійсного числа;
теорію числових послідовностей;
граничне значення функції в точці;
неперервність функції в точці;
теорію диференціального числення функції однієї змінної;

теорію невизначеного інтеграла ;
теорію інтеграла Рімана;
функції багатьох змінних: границя та неперервність відображення, диференційовність функції в точці, теореми існування і диференційовності неявних функцій, екстремум та умовний екстремум функції багатьох змінних;
ознаки збіжності числових рядів;
рівномірну збіжність функціональної послідовності;
ознаки рівномірної збіжності функціональних рядів;
умови розкладу функції в степеневий ряд;
абсолютну і умовну збіжності невласного інтеграла першого та другого роду;
рівномірну збіжність невласного інтеграла, залежного від параметра;
ейлерові інтеграли;
кратні інтеграли;
теорему про незалежність криволінійного інтегралу від шляху інтегрування;
поверхневі інтеграли першого та другого роду;
формули Гріна, Стокса, Остроградського;
ряди Фур‘є по ортогональних системах;
інтеграл та перетворення Фур‘є.

***вміти:***

знаходити границю числової послідовності;
застосовувати важливі границі до знаходження границі функції;
досліджувати функцію на неперервність ;
диференціювати складні та обернені функції;
розкладати функцію за формулою Тейлора та Маклорена;
застосовувати формулу Лейбніца;
користуватися правилом Лопіталя;
досліджувати функцію на екстремум;
знаходити проміжки монотонності;
досліджувати функцію на опуклість;
знаходити точки перегину;
знаходити асимптоти;
будувати графік функції за загальною схемою;
застосовувати таблицю первісних для знаходження інтеграла Ньютона-Лейбніца;
володіти методами інтегрування;
досліджувати функцію на інтегровність за Ріманом;
застосовувати основну формулу інтегрального числення;

застосовувати інтеграл Рімана в геометрії, фізиці;
диференціювати функції багатьох змінних;
диференціювати неявно задані функції;
досліджувати на екстремум та умовний екстремум функцію багатьох змінних;
досліджувати на абсолютну і умовну збіжність числові ряди;
досліджувати на рівномірну збіжність функціональні ряди;
розкладати функції в ряд Тейлора;
досліджувати на абсолютну та умовну збіжність невласні інтеграли;
досліджувати на рівномірну збіжність невласні інтеграли, залежні від параметра;
обчислювати інтеграли за допомогою Г-функцій та В- функцій;
обчислювати кратні інтеграли;
здійснювати заміну змінних в подвійних та потрійних інтегралах;
застосовувати кратні інтеграли в геометрії та механіці;
обчислювати криволінійні інтеграли;
застосовувати криволінійні інтеграли в геометрії та механіці;
обчислювати поверхневі інтеграли;
застосовувати формули Гріна, Стокса, Остроградського у фізиці і для обчислення поверхневих і кратних інтегралів;
розкладати функцію в ряд Фур‘є;
здійснювати перетворення Фур‘є.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 330 годин / 11 кредитів ECTS.

**3. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни**

**Змістовий модуль 1. Вступ до математичного аналізу.**

**Тема 1. Дійсні числа.** Елементи теорії множин. Обмежені множини. Аксіоматична теорія дійсного числа.

**Тема 2. Числові послідовності.** Збіжні послідовності та їх властивості. Критерій Коші збіжності послідовності. Підпослідовність.

**Тема 3. Границя функції однієї змінної.** Граничне значення функції в точці за Коші та за Гейне. Арифметичні дії над границями функцій. Важливі границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції.

**Тема 4. Неперервні та рівномірно неперервні функції.** Неперервність функції в точці. Класифікація точок розриву. Функції, неперервні на сегменті. Неперервність складної та оберненої функцій. Рівномірно неперервна функція. Теорема Кантора.

**Змістовий модуль 2. Диференціальне числення функцій однієї змінної. Невизначений інтеграл.**

**Тема 5. Диференційне числення функцій однієї змінної.** Похідна. Диференціал функції. Точки екстремуму функції. Необхідні і достатні умови екстремуму функції в точці. Умови монотонності диференційовних функцій. Умови опуклості графіка функції. Точки перегину. Асимптоти.

**Тема 6. Невизначений інтеграл .**Первісна функція та інтеграл Ньютона-Лейбніца. Основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних, ірраціональних та деяких тригонометричних функцій.

**Змістовий модуль 3. Визначений інтеграл. Функції векторного аргументу.**

**Тема 7. Визначений інтеграл.** Інтеграл Рімана. Умови інтегровності функції за Ріманом. Властивості інтегровних за Ріманом функцій. Основна формула інтегрального числення. Застосування інтеграла Рімана.

**Тема 8. Функція багатьох змінних.** Поняття функції багатьох змінних. Границя та неперервність.

**Тема 9. Диференціальне числення функцій векторного аргументу.** Диференційовність функцій у точці. Частинні похідні. Диференціал, інваріантність форми диференціалу. Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора для функцій багатьох змінних. Існування та диференційовність неявних функцій багатьох змінних. Екстремум функції багатьох змінних.

**Змістовий модуль 4. Невласні та кратні інтеграли. Ряди.**

**Тема 10. Невласні інтеграли.** Невласний інтеграл Рімана першого та другого роду. Абсолютна та умовна збіжність невласних інтегралів.

**Тема 11. Числові ряди.** Критерій Коші збіжності числових рядів. Ознаки збіжності знакододатних рядів. Властивості збіжних рядів. Нескінченні добутки.

**Тема 12. Функціональні ряди.** Функціональні послідовності. Рівномірна збіжність. Функціональні ряди. Ознаки рівномірної збіжності. Властивості рівномірно збіжних функціональних рядів. Степеневі ряди. Ряд Тейлора.

**Тема 13. Кратні інтеграли**. Подвійні та потрійні інтеграли. Зведення кратних інтегралів до повторних. Заміна змінних. Застосування кратних інтегралів Рімана.

**Змістовий модуль 5.Криволінійні та поверхневі інтеграли.**

**Тема 14. Криволінійні інтеграли.** Способи задання кривих на площині і в просторі. Криволінійні інтеграли, їх обчислення та застосування. Незалежність криволінійного інтегралу від шляху інтегрування. Формула Гріна.

**Тема 15. Поверхневі інтеграли.** Способи задання поверхні у тривимірному просторі. Дотична площина і нормаль. Поверхневі інтеграли. Обчислення та застосування поверхневих інтегралів. Формули Остроградського та Стокса.

**Змістовий модуль 6. Інтеграли, залежні від параметра. Ряд і інтеграл Фур‘є.**

**Тема 16. Інтеграли, залежні від параметра.** Інтеграли, залежні від параметра. Рівномірна збіжність невласних інтегралів, залежних від параметра. Ознаки рівномірної збіжності. Інтегровність та диференційовність невласних інтегралів за параметром. Гамма-функція і бета-функція, їх основні властивості.

**Тема 17. Ряд та інтеграл Фур‘є.** Ряди Фур‘є за ортонормованими системами. Тригонометричні ряди Фур‘є. Ряд Фур‘є в комплексній формі. Інтеграл Фур‘є. Перетворення Фур‘є.

## 4. Структура навчальної дисципліни

| Назви змістових модулів і тем | Кількість годин | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Усього | У тому числі | | | |
| | | Лекції | Практ. | Конс. | Сам. Роб. |
| **Змістовий модуль I. Вступ до математичного аналізу** | | | | | |
| **Тема 1.** Дійсні числа | 9 | 2 | 2 | 1 | 4 |
| **Тема 2.** Числові послідовності | 20 | 4 | 4 | 2 | 10 |
| **Тема 3.** Границя функції однієї змінної | 17 | 4 | 4 | 1 | 8 |
| **Тема 4.** Неперервні та рівномірно неперервні функції | 15 | 4 | 2 | 1 | 8 |
| **Разом за змістовим модулем I** | **61** | **14** | **12** | **5** | **30** |
| **Змістовий модуль II. Диференціальне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.** | | | | | |
| **Тема 5.** Диференціальне числення | 39 | 12 | 10 | 1 | 16 |
| **Тема 6.** Невизначений інтеграл | 30 | 8 | 8 | 2 | 12 |
| **Разом за змістовим модулем II** | **69** | **20** | **18** | **3** | **28** |
| **Змістовий модуль III. Визначений інтеграл. Функції векторного аргументу.** | | | | | |
| **Тема 7.** Визначений інтеграл | 23 | 6 | 6 | 1 | 10 |
| **Тема 8.** Функція багатьох змінних. Границя та неперервність | 11 | 2 | 2 | 1 | 6 |
| **Тема 9.** Диференціальне числення функцій векторного аргументу | 26 | 6 | 6 | 2 | 12 |
| **Разом за змістовим модулем III** | **60** | **14** | **14** | **4** | **28** |
| **Змістовий модуль IV. Невласні та кратні інтеграли. Ряди.** | | | | | |
| **Тема 10.** Невласні інтеграли. | 11 | 2 | 2 | 1 | 6 |
| **Тема 11.** Числові ряди | 24 | 6 | 6 | 2 | 10 |
| **Тема 12.** Функціональні ряди | 23 | 6 | 6 | 1 | 10 |
| **Тема 13.** Кратні інтеграли | 24 | 6 | 6 | 2 | 10 |
| **Разом за змістовим модулем IV** | **82** | **20** | **20** | **6** | **36** |
| **Змістовий модуль V. Криволінійні та поверхневі інтеграли.** | | | | | |
| **Тема 14**. Криволінійні інтеграли | 25 | 6 | 6 | 1 | 12 |
| **Тема 15**. Поверхневі інтеграли | 26 | 6 | 6 | 2 | 12 |
| **Разом за змістовим модулем V** | **51** | **12** | **12** | **3** | **24** |
| **Змістовий модуль VI. Інтеграли, залежні від параметра. Ряд і інтеграл Фур‘є.** | | | | | |
| **Тема 16**. Інтеграли, залежні від параметра | 26 | 8 | 6 | 2 | 10 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Тема 17**. Ряд і інтеграл Фур‘є | 29 | 8 | 8 | 1 | 12 |
| **Разом за змістовим модулем VI** | **55** | **16** | **14** | **3** | **22** |
| **Усього годин** | **330** | **96** | **90** | **24** | **120** |

## 5. Теми практичних занять

### I семестр (30 год).

| № з/п | Тема | Кількість годин |
|---|---|---|
| **1** | Межі числових множин | **2** |
| **2** | Означення границі послідовності. Знаходження найпростіших границь | **2** |
| **3** | Знаходження границь послідовностей. Монотонні послідовності | **2** |
| **4** | Означення границі функції в точці. Знаходження найпростіших границь | **2** |
| **5** | Перша важлива границя<br>Границя функції на нескінченності. Друга важлива границя | **2** |
| **6** | Неперервні функції. Точки розриву | **2** |
| **7** | Означення похідної. Основні правила диференціювання | **2** |
| **8** | Знаходження похідних за правилами диференціювання | **2** |
| **9** | Диференціал і його застосування. Похідні і диференціали вищих порядків | **2** |
| **10** | Монотонність функції. Екстремуми. Вгнутість і опуклість графіка, його асимптоти | **2** |
| **11** | Формула Тейлора. Правило Лопіталя | **2** |
| **12** | Поняття невизначеного інтеграла. Таблиця інтегралів | **2** |
| **13** | Заміна змінної в невизначеному інтегралі<br>Метод інтегрування частинами в невизначеному інтегралі | **2** |
| **14** | Інтегрування раціональних функцій | **2** |
| **15** | Інтегрування деяких ірраціональних і тригонометричних функцій | **2** |
| | **Разом** | **30** |

### II семестр (34 год).

| № з/п | Тема | Кількість годин |
|---|---|---|
| **1** | Означення визначеного інтеграла. Формула Ньютона – Лейбніца. Інтегрування частинами і заміна змінної | **2** |
| **2** | Застосування визначеного інтеграла до обчислення площі | **2** |

| | | |
|---|---|---|
| | плоскої фігури | |
| **3** | Застосування визначеного інтеграла до обчислення довжини дуги кривої, об‘ємів та площі поверхні. Деякі фізичні застосування | **2** |
| **4** | Область визначення функції багатьох змінних. Границя і неперервність функції багатьох змінних | **2** |
| **5** | Частинні похідні і диференціали | **2** |
| **6** | Частинні похідні і диференціали вищих порядків. Похідна за напрямом і градієнт | **2** |
| **7** | Диференціювання складної та неявної функцій | **2** |
| **8** | Екстремуми функцій багатьох змінних. Умовні екстремуми | **2** |
| **9** | Обчислення та дослідження на збіжність невласних інтегралів | **2** |
| **10** | Числовий ряд, його збіжність. Сума ряду<br>Ознаки збіжності знакододатних рядів | **2** |
| **11** | Знакозмінні ряди. Абсолютна і умовна збіжність ряду | **2** |
| **12** | Функціональний ряд, його збіжність Рівномірна збіжність функціонального ряду | **2** |
| **13** | Степеневий ряд. Радіус та інтервал збіжності | **2** |
| **14** | Розклад функції в ряд Тейлора. Застосування рядів до наближених обчислень | **2** |
| **15** | Обчислення подвійних інтегралів<br>Застосування подвійних інтегралів | **2** |
| **16** | Обчислення потрійних інтегралів | **2** |
| **17** | Заміна змінних в потрійному інтегралі, застосування потрійних інтегралів | **2** |
| | **Разом** | **34** |

**III семестр (26 год).**

| **№ з/п** | **Тема** | **Кількість годин** |
|---|---|---|
| **1** | Криволінійний інтеграл по довжині дуги, його застосування | **2** |
| **2** | Криволінійний інтеграл по координатах | **2** |
| **3** | Формула Гріна. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування | **2** |
| **4** | Поверхневі інтеграли І-го роду, їх застосування | **2** |
| **5** | Обчислення поверхневих інтегралів ІІ-го роду | **2** |
| **6** | Формули Остроградського і Стокса | **2** |
| **7** | Диференціювання інтегралів, що залежать від параметра | **2** |

| | | |
|---|---|---|
| **8** | Інтегрування інтегралів, що залежать від параметра | |
| **9** | Ейлерові інтеграли | **2** |
| **10** | Ряд і коефіцієнти Фур‘є | **2** |
| **11** | Ряд Фур‘є для парних і непарних функцій, для $2l$-періодичних функцій | **2** |
| **12** | Комплексна форма ряду Фур‘є | **2** |
| **13** | Інтеграл Фур‘є. Перетворення Фур‘є | **2** |
| | **Разом** | **26** |

## 6. Консультації

**І семестр (8 год).**

| **№ з/п** | **Тема** | **Кількість годин** |
|---|---|---|
| **1** | Дійсні числа | **1** |
| **2** | Числові послідовності | **2** |
| **3** | Границя функції однієї змінної | **1** |
| **4** | Неперервні та рівномірно неперервні функції | **1** |
| **5** | Диференціальне числення | **1** |
| **6** | Невизначений інтеграл | **2** |
| | **Разом** | **8** |

**ІІ семестр (10 год).**

| **№ з/п** | **Тема** | **Кількість годин** |
|---|---|---|
| **1** | Визначений інтеграл | **1** |
| **2** | Функція багатьох змінних. Границя та неперервність | **1** |
| **3** | Диференціальне числення функцій векторного аргументу | **2** |
| **4** | Невласні інтеграли**.** | **1** |
| **5** | Числові ряди і добутки | **2** |
| **6** | Функціональні ряди | **1** |
| **7** | Кратні інтеграли | **2** |
| | **Разом** | **10** |

**ІІ семестр (6 год).**

| **№ з/п** | **Тема** | **Кількість годин** |
|---|---|---|
| **1** | Криволінійні інтеграли | **1** |
| **2** | Поверхневі інтеграли | **2** |
| **3** | Інтеграли, залежні від параметра | **2** |
| **4** | Ряд і інтеграл Фур‘є | **1** |
| | **Разом** | **6** |

**7. Самостійна робота**

**I семестр (42год).**

| № з/п | Тема | Кількість годин |
|---|---|---|
| 1 | Дійсні числа | 4 |
| 2 | Числові послідовності | 6 |
| 3 | Границя функції однієї змінної | 6 |
| 4 | Неперервні та рівномірно неперервні функції | 6 |
| 5 | Диференціальне числення | 10 |
| 6 | Невизначений інтеграл | 10 |
| | **Разом** | 42 |

**II семестр (48 год).**

| № з/п | Тема | Кількість годин |
|---|---|---|
| 1 | Визначений інтеграл | 8 |
| 2 | Функція багатьох змінних. Границя та неперервність | 4 |
| 3 | Диференціальне числення функцій векторного аргументу | 8 |
| 4 | Невласні інтеграли | 4 |
| 5 | Числові ряди | 8 |
| 6 | Функціональні ряди | 8 |
| 7 | Кратні інтеграли | 8 |
| | **Разом** | 48 |

**III семестр (30 год).**

| № з/п | Тема | Кількість годин |
|---|---|---|
| 1 | Криволінійні інтеграли | 6 |
| 2 | Поверхневі інтеграли | 6 |
| 3 | Інтеграли, залежні від параметра | 8 |
| 4 | Ряд та інтеграл Фур'є | 10 |
| | **Разом** | 30 |

**8. Індивідуальні науково-дослідні завдання**

При вивченні курсу математичного аналізу студентам пропонується виконання індивідуальних завдань. Вони виконуються студентами на основі знань, умінь і навичок, одержаних під час лекційних та практичних занять і охоплюють декілька тем.

Індивідуальні завдання для студентів, які

- мають низький рівень успішності – індивідуальне розв'язування вправ з використанням засобів допомоги;

- мають середній і високий рівень успішності – індивідуальне розв’язування вправ.

Вправи розв’язуються самостійно в позааудиторний час в зошитах для індивідуальної роботи. Звіт про виконання ІНДЗ подається у вигляді зошита (титульна сторінка стандартного зразка) із оформленими розв’язаннями запропонованих студенту завдань. Оцінка роботи здійснюється відповідною кількістю балів.

**9. Методи навчання**

При вивченні математичного аналізу застосовуються пояснювально-ілюстративний, проблемно- інформаційний, частково- пошуковий, репродуктивний, дослідницький методи навчання.

**10. Форма підсумкового контролю успішності навчання:**

залік (1 семестр), екзамен 2 семестр), екзамен (3 семестр).

Підсумковий контроль здійснюється у формі екзамену (заліку). При проведенні екзамену (заліку) передбачається співбесіда і виконання практичних завдань.

Питання для підготовки до екзамену (заліку).

**1 СЕМЕСТР:**

- Елементи теорії множин. Логічні символи.
- Аксіоматичне означення множини дійсних чисел.
- Поняття послідовності і її границі.
- Властивості збіжних послідовностей.
- Нескінченно малі послідовності.
- Нескінченно великі послідовності, їх зв’язок з нескінченно малими.
- Дії над збіжними послідовностями.
- Монотонні послідовності.
- Число *е*.
- Принцип стяжних сегментів.
- Граничні точки послідовності. Підпослідовності.
- Критерій збіжності послідовності.
- Функція, основні властивості.
- Границя функції в точці.
- Арифметичні дії над границями функцій.
- Односторонні границі.
- Перша важлива границя.
- Друга важлива границя.
- Нескінченно малі і нескінченно великі функції.

- Різні означення неперервності функції в точці.
- Одностороння неперервність. Точки розриву.
- Властивості неперервних на сегменті функцій (теореми Больцано-Коші).
- Властивості неперервних на сегменті функцій (теореми Вейєрштрасса).
- Неперервність складної і оберненої функцій.
- Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.
- Задачі, які приводять до поняття похідної.
- Означення похідної, її геометричний і механічний зміст.
- Неперервність диференційовної функції.
- Основні правила диференціювання.
- Таблиця похідних елементарних функцій.
- Похідна оберненої і складної функції.
- Диференціювання функцій, заданих параметрично.
- Похідні вищих порядків.
- Означення диференціала функції. Його геометричний зміст.
- Інваріантність форми диференціала першого порядку. Застосування диференціала до наближених обчислень.
- Диференціали вищих порядків. Неінваріантність форми диференціала вищого порядку.
- Основні теореми про диференційовні функції.
- Формула Тейлора.
- Умова сталості функції; монотонність функції.
- Екстремуми функції.
- Опуклість графіка функції, точки перегину.
- Асимптоти графіка функції.
- Дослідження функції і побудова графіка.
- Правило Лопіталя ( застосування похідних до знаходження границь).
- Первісна і невизначений інтеграл. Властивості невизначеного інтеграла. Таблиця інтегралів елементарних функцій.
- Заміна змінної та інтегрування частинами в невизначеному інтегралі.
- Інтегрування раціональних функцій.
- Інтегрування дробово-лінійних ірраціональностей.
- Інтегрування біноміальних диференціалів. Теорема Чебишева.
- Інтегрування ірраціональних функцій: підстановки Ейлера.
- Інтегрування деяких тригонометричних функцій.

**2 СЕМЕСТР:**

- Поняття визначеного інтеграла. Необхідна умова інтегровності функції.
- Суми Дарбу та їх властивості. Необхідна і достатня умова інтегрованості функції.
- Класи інтегровних функцій.
- Властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє.
- Властивості інтеграла, як функції верхньої межі.
- Основна формула інтегрального числення (формула Ньютона–Лейбніца).
- Інтегрування частинами і заміна змінної у визначеному інтегралі.
- Квадровні фігури. Площа криволінійної трапеції
- Застосування визначеного інтеграла. Площа фігури при параметричному заданні і в полярній системі координат.
- Застосування інтегралів до знаходження об’ємів.
- Спрямлювана крива. Довжина дуги.
- Площа поверхні обертання.
- Фізичні застосування інтегралів Рімана. Робота змінної сили. Маса неоднорідного стержня.
- Поняття функції багатьох змінних Границя функції в точці. Властивості границь. Подвійні і повторні границі.
- Неперервні функції багатьох змінних. Властивості неперервних функцій.
- Частинні похідні, їх геометричний зміст.
- Диференційовні функції багатьох змінних. Необхідна умова диференційовності. Достатня умова диференційовності.
- Диференціювання складної функції багатьох змінних.
- Диференціал першого порядку та інваріантність його форми.
- Частинні похідні вищих порядків. Теорема про рівність мішаних похідних.
- Диференціали вищих порядків функції багатьох змінних.
- Формула Тейлора для функції багатьох змінних.
- Похідна по напрямку. Градієнт функції.
- Екстремуми функції багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму.
- Екстремуми функції багатьох змінних. Достатня умова екстремуму.
- Поняття неявно заданої функції однієї змінної. Теореми про існування та диференційовність.
- Неявні функції багатьох змінних. Теорема про існування та диференційовність. Екстремуми неявних функцій багатьох змінних.

- Умовні екстремуми функцій багатьох змінних.
- Невласні інтеграли першого роду. Критерій Коші, ознака порівняння.
- Ознаки Абеля і Діріхле збіжності невласних інтегралів. Абсолютна і умовна збіжність.
- Невласні інтеграли другого роду.
- Числові ряди, їх збіжність. Критерій Коші, необхідна умова збіжності числових рядів.
- Дії над збіжними числовими рядами.
- Ознаки збіжності знакододатних рядів.
- Знакозмінні ряди. Ознака Лейбніца.
- Ряди із членами довільних знаків. Абсолютна і умовна збіжність.
- Нескінченні добутки.
- Функціональні послідовності та їх збіжність. Критерій Коші рівномірної збіжності.
- Функціональний ряд і його збіжність. Критерій Коші рівномірної збіжності.
- Ознаки рівномірної збіжності функціональних рядів
- Властивості рівномірно збіжних функціональних рядів.
- Степеневі ряди. Теорема Абеля.
- Інтервал і радіус збіжності степеневого ряду.\
- Властивості степеневих рядів.
- Ряд Тейлора. Умови розкладу функції в ряд Тейлора.
- Розклад функції в ряд Маклорена.
- Задачі, що приводять до подвійного інтеграла. Поняття подвійного інтеграла.
- Властивості подвійного інтеграла.
- Обчислення подвійного інтеграла. Повторні інтеграли.
- Заміна змінних в подвійному інтегралі.
- Застосування подвійного інтеграла.
- Поняття потрійного інтеграла. Основні властивості.
- Обчислення потрійного інтеграла та його застосування.
- Заміна змінних в потрійному інтегралі. Приклади.

**3 СЕМЕСТР:**

- Поняття криволінійного інтеграла I роду (по довжині дуги). Основні властивості.
- Обчислення криволінійного інтеграла I роду.
- Застосування криволінійного інтеграла I роду.
- Поняття криволінійного інтеграла II роду (по координатах).

- Обчислення криволінійного інтеграла II роду.
- Обчислення площі за допомогою криволінійного інтеграла II роду.
- Формула Гріна.
- Незалежність криволінійного інтеграла II роду від шляху інтегрування.
- Знаходження функції за її повним диференціалом.
- Способи задання поверхні в 3-вимірному просторі. Дотична площина і нормаль.
- Поверхневі інтеграли I роду.
- Поверхневі інтеграли II роду.
- Формула Остроградського.
- Формула Стокса.
- Поняття власного інтеграла, залежного від параметра. Неперервність по параметру.
- Диференціювання по параметру власного інтеграла, залежного від параметра. Формули Лейбніца.
- Інтегрування по параметру власного інтеграла, залежного від параметра.
- Поняття невласного інтеграла, залежного від параметра. Рівномірна збіжність, критерій Коші. Ознаки рівномірної збіжності.
- Неперервність рівномірно збіжних невласних інтегралів, залежних від параметра.
- Теореми про інтегрування і диференціювання по параметру невласних інтегралів, залежних від параметра.
- Інтеграл Діріхле.
- Інтеграл Пуассона.
- Інтеграли Ейлера I роду та їх властивості.
- Інтеграли Ейлера II роду та їх властивості.
- Ортогональна система функцій.
- Тригонометричний ряд Фур’є. Коефіцієнти Фур’є.
- Збіжність тригонометричного ряду Фур’є.
- Ряди Фур’є для парних і непарних функцій.
- Ряди Фур’є для 2l-періодичних функцій.
- Комплексна форма ряду Фур’є.
- Інтегральна формула Фур’є.
- Інтеграл Фур’є для парних і непарних функцій.
- Інтеграл Фур’є в комплексній формі.
- Перетворення Фур’є.

**11. Методи та засоби діагностики успішності навчання:**
усне опитування, контрольні роботи, виконання ІНДЗ, залік, екзамен.

**12. Розподіл балів та критерії оцінювання**

**1 СЕМЕСТР**

| Модуль 1 (мах = 50 балів) | | | | Модуль 2 (мах = 50 балів) | | | | Сума |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| поточний контроль | | модульний контроль | | поточний контроль | | модульний контроль | | 100 |
| ЗМ 1 | ІНДЗ 1 | КР 1 | Спів-бесіда | ЗМ 2 | ІНДЗ 2 | КР 2 | Спів-бесіда | |
| Т1-Т4 | Т1-Т4 | Т1-Т4 | Т1-Т4 | Т5-Т6 | Т5-Т6 | Т5-Т6 | Т1-Т4 | |
| 10 | 10 | 15 | 15 | 10 | 10 | 15 | 15 | |
| 20 | | 30 | | 20 | | 30 | | |

**2 СЕМЕСТР**

| Модуль 3 (мах = 50 балів) | | | | Модуль 4 (мах = 50 балів) | | | | Сума |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| поточний контроль | | модульний контроль | | поточний контроль | | модульний контроль | | 100 |
| ЗМ 3 | ІНДЗ 3 | КР 3 | Спів-бесіда | ЗМ 4 | ІНДЗ 4 | КР 4 | Спів-бесіда | |
| Т7-Т9 | Т7-Т9 | Т7-Т9 | Т7-Т9 | Т10-Т13 | Т10-Т13 | Т10-Т13 | Т10-Т13 | |
| 10 | 10 | 15 | 15 | 10 | 10 | 15 | 15 | |
| 20 | | 30 | | 20 | | 30 | | |

**3 СЕМЕСТР**

| Модуль 5 (мах = 50 балів) | | | | Модуль 6 (мах = 50 балів) | | | | Сума |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| поточний контроль | | модульний контроль | | поточний контроль | | модульний контроль | | 100 |
| ЗМ 5 | ІНДЗ 5 | КР 5 | Спів-бесіда | ЗМ 6 | ІНДЗ 6 | КР 6 | Спів-бесіда | |
| Т14-Т15 | Т14-Т15 | Т14-Т15 | Т14-Т15 | Т16-Т17 | Т16-Т17 | Т16-Т17 | Т16-Т17 | |
| 10 | 10 | 15 | 15 | 10 | 10 | 15 | 15 | |
| 20 | | 30 | | 20 | | 30 | | |

Оцінювання навчальних досягнень студентів з курсу “Математичний аналіз” здійснюється за 100–бальною шкалою. Воно включає оцінювання студента за кожен модуль. Максимальна кількість балів, що може бути отримана студентами за модуль – **50** балів. Бали нараховуються за поточний контроль – **20** балів та модульний контроль – **30** балів.

**Поточний контроль** включає в себе оцінку роботи студента при вивченні змістового модуля (проводиться усне опитування, враховується робота студента на практичних заняттях, підготовка до пар, виконання домашніх завдань, відвідування занять) та оцінку за виконання ІНДЗ. Максимальна кількість балів, що може бути отримана студентами при вивченні змістового модуля – **10** балів, за виконання ІНДЗ – **10** балів.

**Модульний контроль** включає в себе виконання модульної контрольної роботи та проведення співбесіди.

**Модульні контрольні роботи** проводяться у письмовій формі і передбачають розв'язання завдань. Максимальна кількість балів, що може бути отримана студентами за модульну контрольну роботу – **15** балів.

**Співбесіда** проводиться по теоретичним питанням певного змістового модуля. Максимальна кількість балів, що може бути отримана студентами за співбесіду – **15** балів.

**Підсумковий контроль** здійснюється у формі екзамену.

При проведенні екзамену передбачається співбесіда і виконання практичних завдань. Максимальна кількість балів, що може бути отримана студентами під час екзамену – **60** балів.

60 балів ставиться у тому випадку, коли студент має системні, грунтовні знання, виявляє неординарні творчі здібності у навчальній діяльності, вирішує складні проблемні завдання, вміє ставити і розв'язувати проблеми, самостійно здобувати і використовувати інформацію, вирішує складні проблемні завдання, самостійно виконує науково-дослідницьку роботу; логічно та творчо викладає матеріал в усній та письмовій формі; самостійно виконує 100 % від загальної кількості завдань. Кількість балів зменшується відповідно до проценту виконання завдань та відповідей на екзамені.

**Шкала оцінювання (національна та ECTS)**

<table>
<tr><th rowspan="2">Сума балів<br>за всі види навчальної діяльності</th><th rowspan="2">Оцінка ECTS</th><th colspan="2">Оцінка за національною шкалою</th></tr>
<tr><th>для екзамену, курсової роботи (проекту), практики</th><th>для заліку</th></tr>
<tr><td>90 – 100</td><td>A</td><td>Відмінно</td><td rowspan="5">Зараховано</td></tr>
<tr><td>82 – 89</td><td>B</td><td rowspan="2">Добре</td></tr>
<tr><td>75 - 81</td><td>C</td></tr>
<tr><td>67 -74</td><td>D</td><td rowspan="2">Задовільно</td></tr>
<tr><td>60 - 66</td><td>E</td></tr>
<tr><td>1 – 59</td><td>Fx</td><td>Незадовільно</td><td>Незараховано<br>(з можливістю повторного складання)</td></tr>
</table>

## 13. Список джерел


1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. – Т. 1. – М.: Физматлит, 2003. – 680 с.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. – Т. 2. – М.: Физматлит, 2003. – 864 с.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. – Т. 3. – М.: Физматлит, 2003. – 728 с.
4. Шилов Г.Е. Математический анализ. Функции одного переменного / Г.Е. Шилов. – М.: Наука, 1969. – 534 с.
5. Шилов Г.Е. Математический анализ. Функции нескольких вещественных переменных / Г.Е. Шилов. – М.: Наука, 1972. – 624с.
6. Рудин У. Основы математического анализа / У. Рудин. – М.: Мир, 1966. – 320 с.
7. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз / А.Я. Дороговцев. – Ч. 1. – Київ: Либідь, 1994. – 304 с.
8. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз / А.Я. Дороговцев. – Ч. 2. – Київ: Либідь, 1994. – 320 с.
9. Зорич В.А. Математический анализ / В.А. Зорич. – Т. 1. – М.: Наука, 1981. – 544 с.
10. Зорич В.А. Математический анализ / В.А. Зорич. – Т. 2. – М.: Наука, 1981. – 640 с.
11. Давидов М.О. Курс математичного аналізу / М.О. Давидов. – Ч. 1. – Київ: Вища школа, 1990. – 383 с.
12. Давидов М.О. Курс математичного аналізу / М.О. Давидов. – Ч. 2. – Київ: Вища школа, 1991. – 366 с.
13. Будак Б.М. Кратные интегралы и ряды / Б.М. Будак, С.В. Фомин. – М.: Наука, 1965. – 608 с.
14. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М.: Наука, 1972. – 496 с.
15. Дюженкова Л.І. Математичний аналіз у прикладах та задачах / Л.І. Дюженкова, Т.В. Колесник, М.Я. Лященко, Г.О. Михалін, М.І. Шкіль. – Ч. 1. – Київ: Вища школа, 2002. – 462 с.
16. Дюженкова Л.І. Математичний аналіз у прикладах та задачах / Л.І. Дюженкова, Т.В. Колесник, М.Я. Лященко, Г.О. Михалін, М.І. Шкіль. – Ч. 2. – Київ: Вища школа, 2003. – 470 с.
17. Ляшко И.И. Математический анализ / И.И. Ляшко., А.К. Боярчук, Я.Г. Гай, А.Ф. Калайда. – Ч. 1. – Київ: Вища школа ,1983. – 495 с.
18. Ляшко И.И. Математический анализ в примерах и задачах / И.И. Ляшко, А.К. Боярчук, Я.Г. Гай, Г.П. Головач. – Ч. 1. – Київ: Вища школа , 1974. – 680 с.

19. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П. Демидович. – М.: Физматгиз, 1990. – 624с.

20. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г.Н. Берман. – М.: Наука, 1972. – 416 с.

21. Денисьєвський М.О. Збірник задач з математичного аналізу. Функції однієї змінної / М.О. Денисьєвський, О.О. Курченко, В.Н. Нагорний, Т.О. Петрова, А.В. Чайковський. – Київ: ВПЦ “ Київський університет”, 2005. – 240 с.

22. Ильин В.А. Основы математического анализа / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк – М.: Наука, 1967. – 571 с.