

**Завдання для І (дистанційного) туру
олімпіади з математики у 2020 році**

1. Середня цифра трицифрового числа – нуль. Якщо її закреслити, то число зменшиться в k разів, де k – ціле, $k < 10$. Знайдіть усі такі трицифрові числа. Відповідь обґрунтуйте.
2. Діагональ опуклого чотирикутника ділить навпіл відрізок, що з'єднує середини двох протилежних сторін цього чотирикутника. Доведіть, що ця діагональ поділяє навпіл і площу чотирикутника.
3. У кав'ярні пляшка лимонаду, 3 порції морозива та 7 тістечок коштують разом 140 грн., а пляшка лимонаду, 4 порції морозива та 10 тістечок – 170 грн. Знайдіть, скільки потрібно заплатити в цій кав'ярні за пляшку лимонаду, порцію морозива та тістечко.
4. Сім гравців домовилися, що кожен, хто програє, платить кожному зі своїх шести партнерів по грі стільки грошей, скільки в того є, тобто подвоює його наявні на той момент гроші. Зіграно 7 партій. Програли усі, кожний по одному разу. Виявилося, що грошей у всіх після завершення гри стало порівну – по 12 грн. 80 коп. Скільки грошей було до початку гри у того гравця, що програв першим?
5. Чи є простим число $1010101\cdots101$, у десятковому записі якого 2020 одиниць? Відповідь обґрунтуйте.
6. Компанія друзів сіла за круглий стіл так, що обидва сусіди кожного – однієї статі. Хлопців за столом п'ятеро. Скільки дівчат у цій дружній компанії?
7. Сторона правильного шестикутника $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ дорівнює $\sqrt{3}$. Точки B і N лежать на сторонах A_1A_2 та A_5A_6 відповідно. Чотирикутники A_1BCD та MNA_6D – квадрати зі спільною вершиною D . Знайдіть площу трикутника MCA_3 .