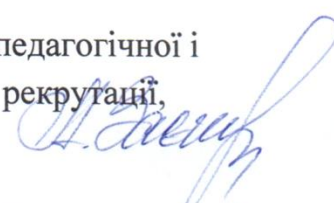



**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки**  
**Кафедра диференціальних рівнянь і математичної фізики**

**ЗАТВЕРДЖУЮ**  
Проректор з науково-педагогічної і  
навчальної роботи та рекрутації,  
проф. Гаврилюк С. В.   
  
Протокол № 2 від 19. 10. 2018 р.

**ПРОГРАМА**  
**вибіркової навчальної дисципліни**  
**ФУНКЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ ТА МЕТОДИ ЇХ**  
**РОЗВ'ЯЗАННЯ**  
**підготовки магістра**

**спеціальності 014 Середня освіта (Математика)**

**освітньої програми (спеціалізації) Математика**

**Програма навчальної дисципліни «ФУНКЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ ТА МЕТОДИ ЇХ РОЗВ'ЯЗАННЯ»** підготовки магістра, галузі знань 01 - Освіта, спеціальності Математика, за освітньої програмою Середня освіта (Математика).

**Розробник:** Піддубний О.М., доцент кафедри диференціальних рівнянь і математичної фізики, канд. фіз.- мат. наук

**Рецензент:** Кальчук І.В., завідувач кафедри алгебри та математичного аналізу, канд. фіз.- мат. наук, доцент

**Програма навчальної дисципліни затверджена на засіданні** кафедри диференціальних рівнянь і математичної фізики протокол № 2 від 05. 09. 2018 р.

Завідувач кафедри:



(Чичурін О.В.)

**Програма практики схвалена науково-методичною комісією** факультету інформаційних систем, фізики та математики протокол № 1 від 06. 09. 2018 р.

Голова науково-методичної комісії факультету:



(Полетило С.А.)

**Програма навчальної дисципліни схвалена науково-методичною радою** Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, освітній ступінь	Характеристика навчальної дисципліни
Денна форма навчання	01 Освіта/Педагогіка	вибіркова
		Рік навчання: 5
Кількість годин/кредитів: 180 / 6	014 Середня освіта (Математика)	Семестр: 9
		Лекції: 18 год.
ІНДЗ: є	Математика	Практичні: 36 год.
		Самостійна робота: 116 год.
	магістр	Консультації: 10 год.
		Форма контролю: залік

## 2. АНОТАЦІЯ КУРСУ

Дисципліна «Функціональні рівняння та методи їх розв'язування» належить до переліку вибіркових навчальних дисциплін, забезпечує професійний розвиток магістра та спрямована на ознайомлення майбутніх фахівців із основними методами розв'язування функціональних рівнянь. Мета навчальної дисципліни: систематизувати та поглибити знання майбутніх фахівців про функціональні рівняння та методи їх розв'язування. Завдання: навчити студентів розв'язувати функціональні рівняння методами підстановок, граничного переходу, диференціювання, знаходження загальних та часткових розв'язків

## 3. КОМПЕТЕНЦІЇ

До кінця навчання студенти будуть компетентними у таких питаннях:

- основні властивості функцій, які використовуються при розв'язуванні функціональних рівнянь;
- функціональне рівняння Коші та звідні до нього рівняння;
- характеристичні рівняння елементарних функцій;
- застосування елементів математичного аналізу до розв'язування функціональних рівнянь;
- різницеві рівняння та методи їх розв'язування.

До кінця навчання студенти набудуть таких умінь:

- розв'язувати функціональне рівняння Коші та звідні до нього рівняння;
- виводити властивості елементарних функцій на основі характеристичних рівнянь;
- застосовувати елементи математичного аналізу до розв'язування

- функціональних рівнянь;
- реалізовувати лінійні різницеві функціональні рівняння;
- розв’язувати простіші функціональні рівняння математичних олімпіад і турнірів.

#### 4. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОБСЯГ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви змістових модулів і тем	Усього	Лек.	Практ.	Сам. роб.	Конс.
<b>Змістовий модуль 1. Функціональні рівняння та елементарні функції</b>					
Тема 1. Функції та їх властивості.	30	3	6	14	1
Тема 2. Функціональне рівняння Коші та звідні до нього рівняння.	30	3	6	16	1
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>60</b>	<b>6</b>	<b>12</b>	<b>30</b>	<b>2</b>
<b>Змістовий модуль 2. Елементи алгебри та математичного аналізу при розв’язуванні функціональних рівнянь</b>					
Тема 3. Функціональні означення елементарних функцій.	20	2	4	20	1
Тема 4. Застосування елементів математичного аналізу до розв’язування функціональних рівнянь.	40	4	8	40	3
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>60</b>	<b>6</b>	<b>12</b>	<b>60</b>	<b>4</b>
<b>Змістовий модуль 3. Різницеві функціональні рівняння та рівняння математичних олімпіад і турнірів</b>					
Тема 5. Лінійні різницеві функціональні рівняння.	24	3	6	10	2
Тема 6. Функціональні рівняння математичних олімпіад і турнірів.	36	3	6	16	2
<b>Разом за змістовим модулем 3</b>	<b>60</b>	<b>6</b>	<b>12</b>	<b>26</b>	<b>4</b>
<b>Всього годин:</b>	<b>180</b>	<b>18</b>	<b>36</b>	<b>116</b>	<b>10</b>

## **Програма навчальної дисципліни**

### **Змістовий модуль 1. Функціональні рівняння та елементарні функції**

#### **Тема 1. Функції та їх властивості.**

1. Поняття функції. Оборотні та обернені функції. Суперпозиція функцій.
2. Найпростіші функціональні співвідношення та функціональні рівняння.
3. Границя та неперервність функції. Властивості неперервних функцій.
4. Монотонні функції та їх властивості.
5. Похідна та її застосування. Властивості диференційованих функцій.

#### **Тема 2. Функціональне рівняння Коші та звідні до нього рівняння.**

1. Неперервні адитивні функції. Функціональне рівняння Коші.
2. Нелінійні адитивні функції.
3. Рівняння, які зводяться до рівняння Коші.
4. Неоднорідні функціональні рівняння Коші.

### **Змістовий модуль 2. Елементи алгебри та математичного аналізу при розв'язуванні функціональних рівнянь**

#### **Тема 3. Функціональні означення елементарних функцій.**

1. Функціональне означення лінійної функції.
2. Функціональне означення показникової функції.
3. Функціональне означення логарифмічної функції.
4. Функціональне означення степеневої функції.
5. Функціональні означення тригонометричних функцій.
6. Функціональні означення гіперболічних функцій.
7. Функціональне рівняння Даламбера та умови існування його розв'язків.

#### **Тема 4. Застосування елементів математичного аналізу до розв'язування функціональних рівнянь.**

1. Функціональні рівняння з обмеженнями на область визначення та множину значень функції.
2. Функціональні рівняння на множинах натуральних, цілих та раціональних чисел.
3. Функціональні рівняння у класі многочленів.
4. Степеневі функціональні рівняння.
5. Функціональні рівняння та періодичні функції.
6. Метод граничного переходу.
7. Функціональні рівняння та монотонність функції.
8. Функціональні рівняння та теореми про властивості неперервних функцій.
9. Метод диференціювання.

### **Змістовий модуль 3. Різницеві функціональні рівняння та рівняння математичних олімпіад і турнірів**

#### **Тема 5. Лінійні різницеві функціональні рівняння.**

1. Функціональні рівняння та рекурентні співвідношення.
2. Загальні поняття теорії різницевих рівнянь.

3. Лінійні однорідні різницеві рівняння першого та другого порядку зі сталими коефіцієнтами.
4. Лінійні однорідні різницеві рівняння довільного порядку зі сталими коефіцієнтами.
5. Часткові розв'язки неоднорідних лінійних різницевих рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
6. Лінійні різницеві рівняння першого порядку зі змінними коефіцієнтами.

#### **Тема 6. Функціональні рівняння математичних олімпіад і турнірів.**

1. Функціональні рівняння на обласних етапах Всеукраїнських учнівських олімпіад та турнірів.
2. Функціональні рівняння на заключних етапах Всеукраїнських математичних олімпіад та турнірів.
3. Функціональні рівняння на міжнародних та зарубіжних математичних олімпіадах.

### **5. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ**

<b>№ з/п</b>	<b>Тема</b>	<b>Кількість годин</b>
1	Функції та їх властивості. Самостійне розв'язування задач	14
2	Функціональне рівняння Коші та звідні до нього рівняння. Самостійне розв'язування задач	16
3	Функціональні означення елементарних функцій. Самостійне розв'язування задач	20
4	Застосування елементів математичного аналізу. Самостійне розв'язування задач	40
5	Лінійні різницеві функціональні рівняння. Самостійне розв'язування задач	10
6	Функціональні рівняння математичних олімпіад і турнірів. Самостійне розв'язування задач	16
<b>Разом</b>		<b>116</b>

### **6. ВИДИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ НАУКОВО-ДОСЛІДНИХ ЗАВДАНЬ (ІНДЗ)**

ІНДЗ пропонуються після вивчення кожного змістового модуля. Вони виконуються студентами на основі знань, умінь і навичок, одержаних під час лекційних та практичних занять і охоплюють теми змістового модуля.

Кожен студент виконує індивідуальні завдання. Вправи розв'язуються

самостійно в позааудиторний час в зошитах для індивідуальної роботи. Звіт про виконання ІНДЗ подається у вигляді зошита (титульна сторінка стандартного зразка) із оформленими розв'язаннями, запропонованих студенту завдань, висвітленими теоретичними питаннями. Оцінка роботи здійснюється відповідною кількістю балів.

## 7. РОЗПОДІЛ БАЛІВ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Поточний контроль (мах = 40 балів)						Модульний контроль (мах = 60 балів)			Загальна кількість балів			
Модуль 1			Модуль 2			Модуль 2						
Змістовий модуль 1		Змістовий модуль 2		Змістовий модуль 3		ІНДЗ 1	ІНДЗ 2	ІНДЗ 3		МКР 1	МКР 2	МКР 3
T 1	T 2	T 3	T 4	T 5	T 6	10	10	10	20	20	20	100
1	2	2	2	2	1							

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
		для заліку
90 – 100	A	Зараховано
82 – 89	B	
75 - 81	C	
67 -74	D	
60 - 66	E	
1 – 59	Fx	Незараховано (з можливістю повторного складання)

## 8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

### Основна

1. Вороний О.М. Функціональні рівняння в олімпіадній математиці. –Кіровоград: РВД КДПУ ім. В. Винниченка, 2010. – 68с.
2. Вороний О.М. Готуємось до олімпіад з математики. – Х.: Вид. група «Основа», 2008. – 255с.
3. Лихтарников Л.М. Элементарное введение в функциональные уравнения. – Санкт-Петербург: Лань, 1997. – 160с.
4. Пенцак Є.Я., Юрчишин А.С. Функційні рівняння. – Львів: Ред-вид. відділ Львів. ун-ту, 1998. – 112с.

5. Сарана О.А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч. – Житомир: ЖДПУ, 2002. – 298с.
6. Федак І.В. Готуємося до олімпіади з математики: Навчальний посібник. – Кам'янець-Подільський: Абетка, 2006. – 420с.
7. Федак І.В. Розв'язування задач підвищеної складності з математики. Спеціальний курс. – Івано-Франківськ: Голіней, 2010. – 100с.
8. Ясінський В.А. Задачі математичних олімпіад та методи їх розв'язування. – Вінниця, 1998. – 266 с.
9. Ясінський В.А. Практикум з розв'язування задач математичних олімпіад. – Х.: Вид. група «Основа», 2006. – 128с.

#### **Допоміжна**

1. Вишенський В.А., Ганюшкін О.Г., Карташов М.В., Михайловський В.І., Призва Г.Й., Ядренко М.Й. Українські математичні олімпіади: Довідник. – К.: Вища шк., 1993.– 415с.
2. Вышенский В.А., Карташов Н.В., Михайловский В.И., Ядренко М.И. Сборник задач Киевских математических олимпиад.– К.: Вища шк., 1984.– 240с.
3. Вишенський В.А., Карташов М.В., Михайловський В.І., Ядренко М.Й. Київські математичні олімпіади 1984 – 1993 рр. Збірник задач: Навч. посібник. – К.: Либідь, 1993,–144с.
4. Гальперин Г.А., Толпыго А.К. Задачи Московских математических олимпиад М.: Просвещение, 1986.–304с.
5. Конет І.М., Паньков В.Г., Радченко В.М., Теплінський Ю.В. Обласні математичні олімпіади. – Кам'янець-Подільський: Абетка, 2000. – 304с.
6. Лейфура В.М., Мітельман І.М., Радченко В.М., Ясінський В.А. Математичні олімпіади школярів України 1991-2000: Навчально-методичний посібник. – К.: Техніка, 2003. – 541с.
7. Федак І.В. Обласні олімпіади з математики 1987-2005 рр. – Івано-Франківськ: ОШПО, 2005. – 164с.
8. Федак І.В. Івано-Франківські обласні олімпіади з математики 2001-2010 рр. – Івано-Франківськ: Голіней, 2010. – 84с.
9. Федак І.В. Івано-Франківські обласні олімпіади з математики 2011-2015 рр. – Івано-Франківськ: Голіней, 2015. – 64с.

#### **Інформаційні ресурси**

1. [math.ru](http://math.ru)
2. [mif.pu.if.ua](http://mif.pu.if.ua)
3. [zaba.ru](http://zaba.ru)
4. [matholymp.org.ua](http://matholymp.org.ua)