

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки
кафедра диференціальних рівнянь та математичної фізики



ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної і
навчальної роботи та рекрутації,
проф. Гаврилюк С. В.

Протокол № 2 від 18.10. 2018 р.

ПРОГРАМА
вибіркової навчальної дисципліни
ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ МІРИ ТА ІНТЕГРАЛУ ЛЕБЕГА

підготовки _____ магістра _____

спеціальності 111 Математика _____

освітньої програми (спеціалізації) Математика _____

Луцьк – 2018

Програма навчальної дисципліни “Елементи теорії міри та інтегралу Лебега” для студентів галузі знань 11 Математика та статистика, спеціальності 111 Математика, освітньої програми Математика.

Розробник: Харкевич Ю.І., професор кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики, кандидат фіз.-мат. наук.

Рецензент: Кальчук І.В., кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри алгебри і математичного аналізу.

Програма навчальної дисципліни затверджена на засіданні кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики
протокол № 2 від 05. 09. 2018 р.

Завідувач кафедри:



(Чичурін О.В.)

Програма навчальної дисципліни схвалена науково-методичною комісією факультету інформаційних систем, фізики та математики
протокол № 1 від 06. 09. 2018 р.

Голова науково-методичної
комісії факультету інформаційних систем,
фізики та математики



(Полетило С. А.)

Програма навчальної дисципліни схвалена науково-методичною радою Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, освітній ступінь	Характеристика навчальної дисципліни
Денна форма навчання	11 Математика та статистика, 111 Математика, Математика, магістр	Вибіркова
Кількість годин/кредитів 210 / 7		Рік навчання 6
		Семестр 11
ІНДЗ: є		Лекції 30 год.
		Практичні 30 год.
		Самостійна робота 138 год.
		Консультації 12 год.
Форма контролю: екзамен		

2. АНОТАЦІЯ КУРСУ:

Дисципліна “Елементи теорії міри та інтегралу Лебега” належить до переліку нормативних навчальних дисциплін, забезпечує професійний розвиток магістра та спрямована на використання її понять, засобів і методів у суміжних математичних галузях (теоретичного та прикладного характеру). Її факти є основою таких важливих розділів сучасної математики як теорія ймовірностей, теорія оптимізації, математичні методи економіки, теорія образів, окремі глави функціонального аналізу та ін.

Метою навчальної дисципліни є ознайомлення з основними теоретичними фактами пов’язаними із мірою та інтегралом Лебега, а також оволодіння навичками використання їх при дослідженнях в математичному та функціональному аналізі і інших галузях.

3. КОМПЕТЕНЦІЇ

До кінця навчання студенти будуть компетентними у таких питаннях:

- основні властивості простору функцій інтегрованих за Лебегом із p -им степенем;
- різні види збіжності в просторі L_p та зв'язок між ними;
- ряди по ортогональних системах;
- прямий добуток систем множин та мір;
- умови за яких можлива зміна порядку інтегрування в повторному інтегралі;
- властивості монотонних функцій і їх диференційовність;
- основні властивості функцій із обмеженою варіацією;
- абсолютно неперервні функції і їх властивості;
- умови відновлення функції за її похідною;
- міра Лебега-Стільтєса і її властивості;
- інтеграл Лебега-Стільтєса і його властивості;
- інтеграл Рімана-Стільтєса і його властивості;

До кінця навчання студенти набудуть таких умінь:

- використання нерівностей Юнга, Мінковського, Гельдера при різних дослідженнях;
- виділення різних видів збіжності у просторі L_p ;
- виділення ортонормованих систем;
- обґрунтування можливості зміни порядку інтегрування в конкретних випадках;
- знаходження повної варіації функції на відрізку;
- встановлення абсолютної неперервності даної функції;
- відновлення функції за її похідною;
- знаходження абсолютно неперервної, дискретної та сингулярної частин функції;
- знаходження міри Лебега-Стільтєса даної множини;
- обчислення інтеграла Лебега-Стільтєса від конкретної функції;
- обчислення інтеграла Рімана-Стільтєса від конкретної функції;
- з'ясування можливості граничного переходу від знаком інтеграла Лебега-Стільтєса в конкретному випадку.

4. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОБСЯГ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви змістових модулів і тем	Усього	Лек.	Практ.	Сам. роб.	Конс.
Змістовий модуль 1. Простір L_p. Монотонні функції					
Тема 1. Властивості простору L_p та збіжність у ньому	54	6	6	40	2
Тема 2. Прямий добуток мір. Теорема Фубіні і Тонеллі.	18	4	4	8	2
Тема 3. Властивості монотонних функцій та їх диференційовність	18	4	4	8	2
Разом за змістовим модулем I	90	14	14	56	6
Змістовий модуль 2. Абсолютно неперервні функції. Інтеграл Лебега-Стільтєса					
Тема 4. Функції з обмеженою варіацією та абсолютно неперервні функції	26	6	6	12	2
Тема 5. Відновлення функції за її похідною	44	6	6	30	2
Тема 6. Міра та інтеграл Лебега-Стільтєса і Рімана-Стільтєса.	50	4	4	40	2
Разом за змістовим модулем II	120	16	16	82	6
Усього годин	210	30	30	138	12

5. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Важливі нерівності пов'язані з інтегралами	4
2	L_p як метричний та лінійний нормований простір	6
3	Збіжність у просторі L_p та його повнота	6
4	Простори L_1 та L_2 і скрізь щільні множини в них	4
5	Збіжність в середньому квадратичному і її зв'язок із іншими видами збіжності	6
6	Ряди по ортогональних системах	4
7	Добуток систем множин та мір	6
8	Геометричне тлумачення інтеграла Лебега	4
9	Зміна порядку інтегрування в повторному інтегралі	6
10	Основні властивості монотонних функцій. Функція скачків.	4

11	Диференційовність монотонних функцій та суми ряду складеного з таких функцій	6
12	Властивості функцій з обмеженою варіацією.	8
13	Похідна від невизначеного інтеграла Лебега.	8
14	Властивості абсолютно неперервних функцій.	10
15	Теорема Лебега про відновлення функції за її похідною	8
16	Абсолютно неперервна, дискретна та сингулярна частини функції із обмеженою варіацією.	8
17	Інтеграл Лебега як функція множини.	8
18	Міра Лебега-Стітьєса.	8
19	Інтеграл Лебега-Стітьєса та його застосування.	8
20	Інтеграл Рімана-Стітьєса.	8
21	Граничний перехід під знаком інтеграла Рімана-Стітьєса.	8
Разом		138

6. ВИДИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ НАУКОВО-ДОСЛІДНИХ ЗАВДАНЬ (ІНДЗ)

Індивідуальне завдання № 1 передбачає дослідження основних фактів пов'язаних із простором L_2 (теорема про ізоморфізм, комплексний простір L_2 , скрізь щільні множини, збіжність в середньому квадратичному, ортонормовані системи).

Індивідуальне завдання № 2 передбачає дослідження питання про застосування інтегралів Лебега-Стітьєса та Рімана-Стітьєса (в теорії ймовірностей, при знаходженні загального вигляду лінійного неперервного функціонала в просторі $C[a, b]$ і інших випадках).

7. РОЗПОДІЛ БАЛІВ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

МОДУЛЬ 1					МОДУЛЬ 2					Сума
Поточне оцінювання			Підсумкове оцінювання	Поточне оцінювання			Підсумкове оцінювання			
Змістовний модуль 1				Змістовний модуль 2						
T1	T2	T3	ІНДЗ 1	МКР 1	T4	T5	T6	ІНДЗ 2	МКР 2	
4	4	4	8	30	4	4	4	8	30	100
50					50					

Шкала оцінювання

Оцінка в балах за всі види навчальної діяльності	Оцінка
	для екзамену
90 – 100	Відмінно (A)
82 – 89	Дуже добре (B)
75 - 81	Добре (C)
67 -74	Задовільно (D)
60 - 66	Достатньо (E)
1 – 59	Незадовільно (FX)

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Березанський Ю.М. Функціональний аналіз / Ю.М. Березанський, Г.Ф.Ус, З.Т.Шефтель. - Львів: Видавець І.Е.Чижиков, 2014. - 559 с.
2. Городецкий В.В. Решение задач по функциональному анализу / В.В. Городецкий, Н.И. Нагнибида, П.П.Настасиев. - К. : Вышш.шк., 1990. - 479 с.
3. Дороговцев А.Я. Элементы общей теории меры и интеграла. - К. : Висш. шк., 1989. - 151 с.

4. Дороговцев А.Я. Завдання для практичних і лабораторних занять з курсу „Теорія міри та інтеграла”/ А.Я.Дороговцев, С.Д.Івасишин, Ю.Г. Кондратьєв, О.Ю.Константинов. - К.: КДУ, 1991. - 76 с.
5. Колмогоров А.М. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу / А.М.Колмогоров, С.В. Фомін. - К.: Вища шк., 1974. - 455 с.
6. Кириллов А.А. Теоремы и задачи функционального анализа / А.А. Кириллов, А.Д. Гвишиани,. - М.: Наука, 1979. - 381 с.
7. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. - Львів: видавець І.В. Чижиков, 2012. - 589 с.
8. Коренков М.Є. Теорія міри та інтеграла (теорема і вправи) / М.Є.Коренков, Ю.І. Харкевич. - Луцьк, Навч. видання СНУ ім.Л.Українки, 2014. - 150 с.
9. Коренков М.Є. Функціональний аналіз (теорія і вправи) / М.Є.Коренков, Ю.І. Харкевич. - Луцьк, Навч. видання СНУ ім.Л.Українки, 2015. - 247 с.
10. Князев П.Н. Функциональный анализ. - Минск : Высш. шк., 1985. - 206 с.
11. Сторож О.Г. Збірник задач з теорії міри та функціонального аналізу. - Львів, видавець І.В. Чижиков, 2011. - 148 с.