

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки**  
**Кафедра алгебри і математичного аналізу**



**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Проректор з науково-педагогічної і  
навчальної роботи та рекрутації,  
проф. Гаврилюк С. В.

Протокол № 2 від 14.10. 2018 р.

**ПРОГРАМА**  
**вибіркової навчальної дисципліни**  
**ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ НАБЛИЖЕНЬ**

підготовки \_\_\_\_\_ магістра \_\_\_\_\_

спеціальності \_\_\_\_\_ 111 Математика \_\_\_\_\_

освітньої програми (спеціалізації) \_\_\_\_\_ Математика \_\_\_\_\_

**Програма навчальної дисципліни «ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ НАБЛИЖЕНЬ»** для студентів галузі знань 11 Математика та статистика, спеціальності 111 Математика, освітньої програми Математика.

**Розробник:** Кальчук І.В., доцент кафедри алгебри і математичного аналізу, кандидат фіз.-мат. наук, доцент

**Рецензент:** Харкевич Ю.І., професор кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики, кандидат фіз.-мат. наук, професор

**Програма навчальної дисципліни затверджена на засіданні кафедри алгебри і математичного аналізу протокол № 2 від 05. 09. 2018 р.**

Завідувач кафедри:



(Кальчук І.В.)

**Програма навчальної дисципліни схвалена науково-методичною комісією факультету інформаційних систем, фізики та математики протокол № 1 від 06. 09. 2018 р.**

Голова науково-методичної



комісії факультету:

(Полетило С.А.)

**Програма навчальної дисципліни схвалена науково-методичною радою Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки**

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

| Найменування показників          | Галузь знань, спеціальність, освітня програма, освітній ступінь     | Характеристика навчальної дисципліни |
|----------------------------------|---|--------------------------------------|
| Денна форма навчання             | 11 Математика та статистика,<br>111 Математика, Математика, магістр | <b>Вибіркова</b>                     |
| Кількість годин/кредитів 150 / 5 |   | <b>Рік навчання 5</b>                |
|                                  |   | <b>Семестр 10</b>                    |
| ІНДЗ: немає                      |   | <b>Лекції 26 год.</b>                |
|                                  |   | <b>Практичні 26 год.</b>             |
|                                  |   | <b>Самостійна робота 88 год.</b>     |
|                                  |   | <b>Консультації 10 год.</b>          |
|                                  | <b>Форма контролю: екзамен</b>                                      |                                      |

## 2. АНОТАЦІЯ КУРСУ:

Дисципліна «Елементи теорії наближень» належить до переліку вибірових навчальних дисциплін, забезпечує професійний розвиток магістра та спрямована на поглиблене вивчення питань теорії наближення функцій дійсної змінної, вироблення навичок математичного дослідження по теорії апроксимації, прищеплення студентам уміння самостійно вивчати навчальну літературу з теорії наближень. Метою викладання навчальної дисципліни «Елементи теорії наближень» є: ознайомлення з основними питаннями апроксимації класів диференційовних функцій, апроксимативними властивостями лінійних методів підсумовування рядів Фур'є, вироблення навичок математичного дослідження по теорії наближення, прищеплення студентам уміння самостійно вивчати навчальну літературу з теорії наближень. Основними завданнями вивчення дисципліни «Елементи теорії наближень» є застосування таких понять як ряди Фур'є та методи їх підсумовування, визначення порядку і класу насичення лінійних методів, розв'язання задач Колмогорова-Нікольського для інтегралів Пуассона та інтегралів Вейерштрасса на класах диференційовних функцій.

### 3. КОМПЕТЕНЦІЇ

До кінця навчання студенти будуть компетентними у таких питаннях:

- Основні поняття і терміни теорії наближення;
- Проблематику, історію та методи теорії наближення.
- Матричні методи підсумовування рядів Фур'є.
- Достатні умови насичення.
- Критерії рівномірної обмеженості мультиплікаторів.
- Методи відшукування класів насичення.
- Основні типи задач теорії наближень.
- Означення класів Соболева та класів спряжених функцій.
- Означення класів  $(\psi, \beta)$ -диференційовних періодичних функцій однієї змінної.
- Означення класів локально сумовних  $(\psi, \beta)$ -функцій, визначених на дійсній осі.
- Означення асимптотичних розкладів.
- Означення задачі Колмогорова-Нікольського.

До кінця навчання студенти набудуть таких умінь:

- Знаходити константи Лебега класичних методів підсумовування рядів Фур'є.
- Визначати порядок і клас насичення.
- Знаходити інтегральні представлення величин наближення класів диференційовних функцій за допомогою лінійних методів.
- Знаходити дробові похідні в розумінні Вейля-Надя.
- Записувати  $(\psi, \beta)$ -похідні для заданих функцій.
- Знаходити повні асимптотичні розклади заданих функцій.
- Знаходити асимптотичні рівності для величин наближення класів Степанця їх інтегралами Пуассона, бігармонійними інтегралами Пуассона та інтегралами Вейерштрасса.
- Розв'язувати прості апроксимаційні задачі;
- Працювати з науковою літературою по теорії наближення

#### 4. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОБСЯГ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

| Назви змістових модулів і тем   | Усього     | Лек.      | Практ.    | Конс.     | Сам. роб. |
|---|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>Змістовий модуль I. Лінійні методи підсумовування рядів Фур'є та їх насичення</b>  |            |           |           |           |           |
| Тема 1. Лінійні методи підсумовування рядів Фур'є   | 15         | 2         | 2         | 1         | 10        |
| Тема 2. Теорія насичення  | 30         | 4         | 4         | 2         | 20        |
| <i>Разом за змістовним модулем I</i>  | 45         | 6         | 6         | 3         | 30        |
| <b>Змістовий модуль II. Повні асимптотичні розклади наближень класів Соболевса інтегралами Пуассона та бігармонійними інтегралами Пуассона</b>    |            |           |           |           |           |
| Тема 3. Наближення диференційовних функцій інтегралами Пуассона   | 30         | 6         | 6         | 2         | 16        |
| Тема 4. Наближення бігармонійними інтегралами Пуассона класів диференційовних функцій   | 25         | 4         | 6         | 1         | 14        |
| <i>Разом за змістовним модулем II</i>   | 55         | 10        | 12        | 3         | 30        |
| <b>Змістовий модуль III. Розв'язання задач Колмогорова-Нікольського на класах диференційовних функцій при наближенні інтегралами Вейерштрасса</b> |            |           |           |           |           |
| Тема 5. Наближення інтегралами Вейерштрасса на класах $(\psi, \beta)$ -диференційовних функцій  | 28         | 6         | 4         | 2         | 16        |
| Тема 6. Наближення $(\psi, \beta)$ -диференційовних функцій, заданих на дійсній осі, за допомогою операторів Вейерштрасса                         | 22         | 4         | 4         | 2         | 12        |
| <i>Разом за змістовним модулем III</i>  | 50         | 10        | 8         | 4         | 28        |
| <b>Всього годин</b>   | <b>150</b> | <b>26</b> | <b>26</b> | <b>10</b> | <b>88</b> |

## 5. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

| № з/п        | Тема   | Кількість годин |
|--------------|--|-----------------|
| 1            | Сумовні функції  | 12              |
| 2            | Методи підсумовування рядів Фур'є  | 10              |
| 3            | Константи Лебега класичних методів наближень   | 12              |
| 4            | Порядки та класи наближення класичних методів наближень  | 12              |
| 5            | Наближення на класах Соболева  | 12              |
| 6            | Апроксимативні властивості інтегралів Пуассона та бігармонійних інтегралів Пуассона: огляд результатів | 12              |
| 7            | Класифікація періодичних диференційовних функцій   | 10              |
| 8            | Класи локально сумовних функцій, що задані на дійсній осі  | 8               |
| <b>Разом</b> |  | <b>88</b>       |

## 7. РОЗПОДІЛ БАЛІВ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

| Поточний контроль<br>(40 балів) |     |                       |     |                       |     | Модульний контроль<br>(60 балів) |       | Загальна<br>кількість<br>балів |
|---------------------------------|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----|----------------------------------|-------|--------------------------------|
| Модуль 1                        |     |                       |     |                       |     | Модуль 2                         |       |                                |
| Змістовий<br>модуль 1           |     | Змістовий<br>модуль 2 |     | Змістовий<br>модуль 3 |     | МКР 1                            | МКР 2 |                                |
| Т 1                             | Т 2 | Т 3                   | Т 4 | Т 5                   | Т 6 | Т 1-3                            | Т 4-6 |                                |
| 5                               | 5   | 10                    | 10  | 5                     | 5   | 30                               | 30    | 100                            |

## Шкала оцінювання

| Оцінка в балах<br>за всі види<br>навчальної діяльності | Оцінка            |
|--|-------------------|
|  | для екзамену      |
| 90 – 100   | Відмінно (А)      |
| 82 – 89  | Дуже добре (В)    |
| 75 - 81  | Добре (С)         |
| 67 -74   | Задовільно (D)    |
| 60 - 66  | Достатньо (Е)     |
| 1 – 59   | Незадовільно (FX) |

## 8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

### ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Дзядык В.К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами / Дзядык В.К. – М. : Наука, 1977. – 512 с.
2. Стечкин С.Б. Сплайны в вычислительной математики / Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. – М. : Наука, 1976. – 248 с.
3. Степанец А.И. Равномерное приближения тригонометрическими полиномами / Степанец А.И. – К. : Наукова думка, 1981. – 340 с.
4. Степанец А.И. Классы периодических функций и приближение их элементов суммами Фурье / Степанец А.И. – Киев, 1983. – 57 с. – (Препр. АН УССР. Ин-т математики; 83.10.)
5. Степанец А.И. Классы периодических функций и приближение их элементов суммами Фурье / Степанец А.И. // Докл. АН СССР. – 1984. – Т.36, № 6 – С. 750–758.
6. Степанец А.И. Приближение суммами Фурье функций с медленно убывающими коэффициентами Фурье / Степанец А.И. // Приближение периодических функций суммами Фурье. – Киев, 1984. – С. 3– 25. – (Препр. АН УССР Ин-т математики; 84.43.)
7. Степанец А.И. Классификация периодических функций и скорость сходимости их рядов Фурье / Степанец А.И. // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1986. – Т. 50, № 2 – С.101–136.
8. Степанец А.И. Классификация и приближение периодических функций / Степанец А.И. – Киев : Наук. Думка, 1987. – 268 с.

9. Степанец А.И. Методы теории приближения / Степанец А.И. – Киев : Ин-т математики НАН Украины, 2002. – Ч.1 – 427 с.
10. Степанец А.И. Методы теории приближения / Степанец А.И. – Киев : Ин-т математики НАН Украины, 2002. – Ч.2 – 468 с.
11. Теляковский С. А. О приближении дифференцируемых функций линейными средними их рядов Фурье / С.А. Теляковский. // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1960. – 24, № 2. – С. 213–242.
12. Тиман А. Ф. Точная оценка остатка при приближении периодических дифференцируемых функций интегралами Пуассона / А.Ф. Тиман. // Докл. АН СССР. – 1950. – 74, № 1 – С. 17–20.
13. Харкевич Ю.І. Асимптотичні розклади верхніх меж наближень диференційовних функцій їх гармонійними інтегралами Пуассона в рівномірній та інтегральній метриках / Ю.І. Харкевич, І. В. Кальчук. // Проблеми теорії наближення функцій та суміжні питання: Пр. Ін-ту математики НАН України. – 2004. – Т. 1, № 1. – С. 389–412.
14. Харкевич Ю.І. Повні асимптотики точних верхніх меж відхилень бігармонійних інтегралів Пуассона на класах диференційовних функцій / Ю.І. Харкевич, І. В. Кальчук. // Проблеми теорії наближення функцій та суміжні питання: Пр. Ін-ту математики НАН України. – 2005. – Т. 2, № 2. – С. 311–335.
15. Харкевич Ю.І. Наближення  $(\psi, \beta)$ -диференційовних функцій інтегралами Вейерштрасса / Ю.І. Харкевич, І. В. Кальчук. // Укр. мат. журн. – 2007. – 59, № 7. – С. 953–978.
16. Кальчук І. В. Наближення  $(\psi, \beta)$ -диференційовних функцій, заданих на дійсній осі, операторами Вейерштрасса / І. В. Кальчук // Укр. мат. журн. – 2007. – 59, № 9. – С. 1201–1220.

#### ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

17. Алберг Дж. Теория сплайнов и ее применение / Алберг Дж., Нильсон Э., Уолж Дж – М. : Мир, 1972. – 320 с.
18. Иосида К. Функциональный анализ / К. Иосида – М. : Мир, 1967. – 624 с.
19. Крейн С. Г. Функциональный анализ / С. Г. Крейн – М. : Наука, 1964. – 424 с.
20. Корнейчук Н.П. Сплаины в теории приближения / Корнейчук Н.П. – М. : Наука, 1984. – 356 с.
21. Тиман А.Ф. Теория приближения функций действительного переменного / Тиман А.Ф. – М. : Физматгиз, 1960. – 626 с.