

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра алгебри і математичного аналізу

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної і
навчальної роботи та рекрутації

проф. Гаврилюк С. В.

Протокол № 5 від 21.02. 2018 р.



ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ

РОБОЧА ПРОГРАМА

вибіркової навчальної дисципліни

підготовки _____ магістра _____

спеціальності 014 Середня освіта (Математика)

освітньої програми (спеціалізації) _____ Математика _____

Програма навчальної дисципліни «Геометричні перетворення» для студентів галузі знань 01 Освіта, спеціальності 014 Середня освіта (Математика), освітньої програми Математика.

Розробники: Ілляшенко В. Я., доцент кафедри алгебри і математичного аналізу, кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Рецензент: Гембарська С. Б., доцент кафедри диференціальних рівнянь і математичної фізики, кандидат фіз.-мат. наук, доцент.

Робоча програма навчальної дисципліни затверджена на засіданні кафедри

алгебри і математичного аналізу протокол № 7 від 11. 01. 2018 р.

Завідувач кафедри:



(Кальчук І. В.)

Робоча програма навчальної дисципліни

схвалена науково-методичною комісією

факультету інформаційних систем, фізики та математики

протокол № 6 від 19. 01. 2018 р.

Голова науково-методичної

комісії факультету :



(Полетило С. А.)

Робоча програма навчальної дисципліни

схвалена науково-методичною радою університету

© Ілляшенко В. Я., 2018

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, освітній ступінь	Характеристика навчальної дисципліни
		денна
Кількість кредитів – 5	01 Освіта	за вибором
	014 Середня освіта (Математика)	
Модулів – 3	Математика	Рік підготовки 5
Змістових модулів – 5		Семестр 10
ІНДЗ: є		Лекції – 26 <i>годин</i>
		Практичні – 26 <i>годин</i>
Загальна кількість годин – 150 <i>годин</i>	Магістр	Самостійна робота – 88 <i>години</i>
		Форма контролю – екзамен

2. Анотація курсу

При вивченні багатьох питань геометрії (наприклад, при доведенні теорем, при розв'язуванні задач на побудову і доведення, при дослідженні геометричних образів) застосовуються різні перетворення: симетрія, поворот, подібність, інверсія та ін.

Дослідження різних перетворень важливе з двох точок зору:

1. Ці перетворення є «простішими» в тому розумінні, що при них зберігаються основні образи геометрії: відрізки, кути (при ортогональних перетвореннях), прямі лінії (при афінних і проєктивних перетвореннях), прямі і кола (при інверсії).
2. Поділ геометрії на елементарну, афінну, проєктивну та ін., визначається тим, які з геометричних властивостей зберігаються при тих чи інших перетвореннях і які властивості не зберігаються.

Так, елементарна геометрія має справу з такими властивостями фігур, які зберігаються при рухах і подібних перетвореннях; афінна геометрія вивчає ті властивості геометричних фігур, які зберігаються при афінних перетвореннях: прямолінійність, паралельність, відношення відрізків однієї прямої та ін.

Досить часто дослідження більш загальних перетворень може бути замінена вивченням деякого афінного перетворення, яке досить добре апроксимує дане перетворення. Так поступають в гідромеханіці при вивченні складної течії рідини, в теорії пружності при вивченні деформації твердих тіл і т. п.

Метою викладання спецкурсу є формування у магістра-математика чіткого уявлення, що кожна з геометрій є теорією інваріантів відповідної групи геометричних перетворень.

Основними **завданнями** вивчення спецкурсу є:

- узагальнення відомостей з попередніх курсів таких геометричних перетворень, як ортогональні (рухи), подібні. Показати їх застосування до розв'язання різноманітних задач;

- вивчення властивостей афінних перетворень та їх застосування до теорії зображень фігур у паралельній проекції;
- ознайомлення з властивостями проєктивних перетворень та їх інваріантів;
- вивчення властивостей інверсії та їх використання в різних розділах геометрії.

3. Компетенції

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні

знати:

- означення ортогональних перетворень, їх основних видів (паралельне перенесення, симетрія поворот) та властивості;
- означення подібних перетворень та часткового їх випадку – гомотетії; формулювати властивості;
- означення афінних перетворень та їх інваріанти;
- поняття косої симетрії, стиску, гіперболічного та еліптичного поворотів, споріднення;
- означення проєктивних перетворень та їх інваріанти: складне відношення чотирьох точок прямої (зокрема, гармонізм); часткові випадки проєктивних перетворень;
- означення та властивості інверсій;
- формули всіх геометричних перетворень, які вивчаються;

вміти:

- використовувати властивості перетворень до розв'язування задач на доведення та побудову.

На вивчення навчальної дисципліни відводяться 150 годин/5 кредитів ECTS.

4. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОБСЯГ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин				
	Усього	у тому числі			
		Лек.	Практ. (Семін.)	Конс.	Сам. роб.
1	2	3	4	5	6
Змістовий модуль 1. Ортогональні перетворення					
Тема 1. Відображення. Перетворення. Група.	6	2	0	0	4
Тема 2. Ортогональні перетворення. Властивості.	6	2	0	0	4
Тема 3. Основні види ортогональних перетворень.	10	2	4	0	4
Тема 4. Ортогональні перетворення площини в координатах.	6	1	0	1	4
Тема 5. Ортогональні перетворення простору.	4	1	0	1	2
Разом за змістовим модулем 1	32	8	4	2	18
Змістовий модуль 2. Подібні перетворення					
Тема 6. Подібні перетворення, властивості.	9	2	2	1	4
Тема 7. Гомотетія. Подібні перетворення в координатах.	9	2	2	1	4
Разом за змістовим модулем 2	18	4	4	2	8
Змістовий модуль 3. Афінні перетворення					
Тема 8. Означення афінних перетворень. Приклади.	8	2	0	0	6
Тема 9. Властивості афінних перетворень. Афінні перетворення в координатах.	11	2	2	1	6
Тема 10. Застосування афінних перетворень до вивчення властивостей кривих 2-го порядку	11	2	2	1	6
Разом за змістовим модулем 3	30	6	4	2	18
Змістовий модуль 4. Проективні перетворення					
Тема 11. Проективні перетворення, властивості. Інваріанти.	17	2	4	1	10
Тема 12. Приклади проективних перетворень та їх властивості.	17	2	4	1	10

1	2	3	4	5	6
Разом за змістовим модулем 4	34	4	8	2	20
Змістовий модуль 5. <i>Кругові перетворення</i>					
Тема 13. Інверсія. Властивості інверсій.	19	2	4	1	12
Тема 14. Кругові перетворення.	17	2	2	1	12
Разом за змістовим модулем 5	36	4	6	2	24
Усього годин	150	26	26	10	88

5. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

№ з/ п	Тема	Кількість годин
1	Показати, що сукупність паралельних перенесень площини, поворотів утворює групу, а сукупність осьових симетрій групи не утворює. Вивчення лекційного матеріалу. Розв'язування задач	12
2	Вивчити означення всіх видів ортогональних перетворень, вивести їх властивості. Виконувати побудови відповідних елементів. Вивчення лекційного матеріалу. Підготовка до практичних занять. Підготовка до контрольної роботи.	10
3	Довести властивості подібних перетворень. Проаналізувати вивчення теми в шкільних підручниках з геометрії. розв'язування задач на побудову.	10
4	Показати, що подібне перетворення є добуток гомотетії на ортогональне перетворення. Підготовка до практичних занять і модульної контрольної роботи	8
5	Виконання побудов відповідних елементів в окремих випадках афінних перетворень Вивчення лекційного матеріалу. Підготовка до практичних занять	10
6	Розв'язування задач на побудову. Підготовка до практичних занять і самостійної роботи	6
7	Гармонійні властивості повного чотирикутника, застосування до побудов і розв'язання задач	6
8	Розв'язання задач на побудову. Підготовка до модульної контрольної роботи	6
9	Побудови в інверсії точок, прямої, кола. Метод інверсії розв'язання задач на побудову. Опрацювання лекційного матеріалу	10
Разом		88

6. ВИДИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ НАУКОВО-ДОСЛІДНИХ ЗАВДАНЬ

Виконання студентами індивідуальних завдань, які включають теоретичні питання з теорії геометричних перетворень та задачі на доведення та побудову.

Значна увага приділяється розв'язуванню задач на побудову різними методами, аналізу шкільних підручників з геометрії з теми «Геометричні перетворення», розв'язуванню нестандартних задач.

Розв'язання задач: [6], 74–80*, 89–92(гл.2), 216*–220*(гл. 3), 278–281 (гл.4), №347*–352 (гл.5).

Типові індивідуальні завдання

I. Ортогональні перетворення.

1. Ортогональні перетворення простору:

- a) Перенесення;
- b) Симетрія відносно площини;
- c) Симетрія відносно прямої;
- d) Поворот;
- e) Симетрія відносно точки.
- f) Ортогональні перетворення простору в координатах.

Література:

1. Моденов П.С. Геометрические преобразования / П.С. Моденов, А.С. Пархоменко. — М. : Изд-во МГУ, 1961. — 230 с.

(Розв'язання задач: гл. II §11)

Розв'язати задачі:

2. Болтянский В.Г. Преобразования. Векторы : пособие для учителей / В.Г. Болтянский, И.М. Яглом. — М. : Просвещение, 1964. — 304 с.

(№№ 68, 69, 76, 89*, 150, 232, 278, 279*, 293, 296*)*

II. Афінні перетворення та їх часткові випадки.

1. Афінне перетворення як добуток перетворень.
2. Головні напрямки.
3. Еліпс як крива, що афінно відповідна колу.

4. Афі́нне перетворення як метод розв'язування геометричних задач.

Література:

1. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия / Четверухин Н.Ф. — М. : Просвещение, 1969. — 368 с.

(гл. I §§ 1-7; §11)

2. Семенович О. Ф. Геометрія. Групи перетворень / Семенович О. Ф. — К. : Рад. школа, 1971. — 279 с.

(Р. VII)

Розв'язати задачі:

1. Павлов В. О. Збірник задач з проективної геометрії / Павлов В. О. — К. : Вища школа, 1974. — 163 с.

(№№ 14, 17, 21, 26, 31, 33, 35, 37, 45, 50)

III. Застосування афінної геометрії до теорії зображень.

1. Аксонометрія.

2. Зображення просторових фігур на площині у паралельному проектуванні.

Література:

1. Семенович О.Ф. Геометрія. Групи перетворень / Семенович О.Ф. — К. : Вища школа, 1971. — 279 с.

(Р. VII, § 55, § 56).

2. Боровик В.Н. Курс вищої геометрії / В.Н. Боровик, В.П. Яковець. — Суми: ВТД «Університетська книга», 2004. — 464 с.

3. Четверухин Н.Ф. Изображение фигур в курсе геометрии / Четверухин Н.Ф. — М. : Учпедгиз, 1958. — 217 с.

Розв'язати задачі:

1. Атанасян Л.С. Сборник задач по элементарной геометрии / Атанасян Л.С. — М. : Просвещение, 1964. — 96 с.

(№№ 206, 210, 215, 216, 219)

IV. Метод інверсії розв'язання задач на побудову.

Література:

1. Аргунов Б.И. Геометрические построения на плоскости / Б.И. Аргунов, М.Б. Балк. — М. : Гос. учебно-пед. Изд-во МПРСФСР, 1957. — 267 с.

Розв'язати задачі:

1. Атанасян Л.С. Сборник задач по элементарной геометрии / Атанасян Л.С. — М. : Просвещение, 1964. — 96 с.

(№№ 413–415, № 419, 425, 427).

V. Модель Пуанкаре планіметрії Лобачевського.

Література:

1. Трайнин И.Я. Основания геометрии / Трайнин И.Я. — М. : Учпедгиз, 1961. — 326 с.

Розв'язати задачі:

1. Атанасян Л.С. Сборник задач по элементарной геометрии / Атанасян Л.С. — М. : Просвещение, 1964. — 96 с.

(№№ 415–418, № 420–424, 427).

VI. Гомологічні перетворення.

Література:

1. Семенович О.Ф. Геометрія. Групи перетворень / Семенович О.Ф. — К. : Рад. школа, 1971. — 279 с.

(§ 78)

Розв'язати задачі:

1. Павлов В.О. Збірник задач з проективної геометрії / Павлов В.О. — К. : Вища школа, 1974. — 163 с.

(№№ 222–228, 229, 230, 232)

VII. Геометрія більярда.

Література:

1. Земляков А. Математика більярда / Земляков А. — Журнал «Квант», 1976. — №5.

2. Энциклопедия элементарной математики. — М. : Наука, 1961. — кн. V. — С. 270–347.

3. Ілляшенко В.Я. Геометричні задачі на максимум і мінімум / Ілляшенко В.Я. — Луцьк : ВОНМІПОПК, 1995. — 34 с.

Розв'язати задачі:

1. Атанасян Л.С. Сборник задач по элементарной геометрии / Атанасян Л.С. — М. : Просвещение, 1964. — 96 с.
(№№ 373–379).

VIII. Геометричні задачі на максимум і мінімум .

Література:

1. Шклярский Д.О. Геометрические неравенства и задачи на максимум и минимум / Д.О. Шклярский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. — М. : Наука, 1970. — 336 с.
2. Энциклопедия элементарной математики. — М. : Наука, 1961. — кн V. — С. 270–347.
3. Ілляшенко В.Я. Геометричні задачі на максимум і мінімум / Ілляшенко В.Я. — Луцьк : ВОНМІПОМК, 1995. — 34 с.

7. РОЗПОДІЛ БАЛІВ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Модуль 1 (поточне опитування)					Модуль 2 (індивідуальна робота)	Модуль 3 (модульний контроль)					Сума
ЗМ1	ЗМ2	ЗМ3	ЗМ4	ЗМ5	ІНДЗ	КР1	КР2	КР3	КР4	КР5	100
5	5	5	5	5	15	10	10	10	15	15	
25						60					

Оцінювання знань студентів зі спецкурсу «Геометричні перетворення та їх застосування» здійснюється за 100-бальною шкалою. Воно включає оцінювання знань студента за кожен модуль. Бали нараховуються за кожне практичне заняття і активність на лекціях, за самостійну підготовку окремих питань курсу, модульну контрольну роботу, оцінку за ІНДЗ тощо.

Максимальну кількість балів студент отримує в тому випадку, коли він при вивченні змістових модулів показав розуміння теоретичних і практичних положень; свої знання викладає чітко, логічно, грамотно. При розв'язанні задач вільно застосовує теоретичні положення, передбачені навчальною програмою.

Якщо при вивченні певної теми студент показує розуміння теоретичного матеріалу, вміє застосовувати його до розв'язування задач, але допускає несуттєві теоретичні помилки, помилки в обчисленнях, то він отримує від 75 до 89 відсотків від максимальної кількості балів.

Коли студент ілюструє означення математичних понять, знає формулювання теорем і формул, самостійно розв'язує правильно не менше 2/3 запропонованих йому завдань, то він отримує від 60 до 74 відсотків від максимальної кількості балів.

Студент отримує менше 60 відсотків від максимальної кількості балів, якщо він може розрізнити об'єкти вивчення і відтворити деякі елементи матеріалу, але не засвоїв основних понять, виконує менше 30% загальної кількості тестів.

На початку вивчення спецкурсу студент одержує пам'ятку, в якій розписується, як буде проводитись оцінювання за змістові модулі.

Студент отримує залік, якщо він набирає не менше 60 балів.

Шкала оцінювання (національна та ECTS)

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсової роботи (проекту), практики	для заліку
90 – 100	A	Відмінно	Зараховано
82 – 89	B	Добре	
75 - 81	C		
67 -74	D	Задовільно	
60 - 66	E		
1 – 59	Fx	Незадовільно	Незараховано (з можливістю повторного складання)

8. МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

1. Ілляшенко В.Я. Геометричні задачі на максимум і мінімум / Ілляшенко В.Я. — Луцьк : ВОНМІПОМК, 1995. — 34 с.
2. Ілляшенко В.Я. Теорема Дезарга та її застосування / Ілляшенко В.Я. — Луцьк : ВОНМІПОМК, 1996. — 32 с.
3. Ілляшенко В.Я. Елементи проективної геометрії в школі / Ілляшенко В.Я. — Луцьк : «Надстир'я», 2009. — 100 с.
4. Ілляшенко В.Я. Індивідуальні науково-дослідні завдання з курсу «Геометричні перетворення та їх застосування» [Електронний ресурс] / Ілляшенко В.Я.— Режим доступу : <http://esnuir.eenu.edu.ua/handle/123456789/1448>

9. СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Аргунов Б.И. Элементарная геометрия / Б.И. Аргунов, М.Б. Балк. — М. : Просвещение, 1966. — 366 с.
2. Атанасян Л.С. Сборник задач по элементарной геометрии / М. : Учпедгиз, 1958. — 96 с.
3. Болтянский В.Г. Преобразования. Векторы / В.Г. Болтянский, И.М. Яглом. — М. : Просвещение, 1964. — 303 с.
4. Моденов П.С. Геометрические преобразования / П.С. Моденов, А.С. Пархоменко. — М. : Изд. МГУ, 1961. — 230 с.
5. Перепелкин Д.И. Курс элементарной геометрии / Перепелкин Д.И. — Ч.1. — М. : ГИТТЛ, 1948. — 343 с.
6. Перепелкин Д.И. Курс элементарной геометрии / Перепелкин Д.И. — Ч.2. — М. : ГИТТЛ, 1949. — 348 с.
7. Семенович О.Ф. Геометрія. Групи перетворень / Семенович О.Ф. — К. : Вища школа, 1971. — 280 с.
8. Саранцев Г.И. Сборник задач на геометрические преобразования / Саранцев Г.И. — М. : Просвещение, 1975. — 112 с.

9. Яглом И.М. Геометрические преобразования / Яглом И.М. — Ч. 1. — М. : ГИТТЛ, 1955. — 284 с.
10. Яглом И.М. Геометрические преобразования / Яглом И.М. — Ч.2. — М. : ГИТТЛ, 1956. — 612 с.
11. Яглом И.М. Геометрические преобразования в книге «Энциклопедия элементарной математики» / И.М. Яглом, Л.С. Атанасян. — Книга IV (Геометрия). — М. : Физматгиз, 1963. — 110 с.
12. Боровик В.Н. Курс вищої геометрії: навч. посібник / В.Н. Боровик, В.П. Яковець. — Суми : ВТД «Університетська книга», 2004. — 464 с.
13. Игошин В.И. Десять лекций по геометрии. — Саратов : Изд-во ООО «Издательский центр «Наука», 2010. — 176 с.
14. Игошин В.И. Геометрические построения на плоскости. Геометрические преобразования и их применение к решению задач на построение / Игошин В.И. — Саратов, 1997. — 72 с.

9. ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДО ЕКЗАМЕНУ

1. Означення відображення множини в множину. Перетворення множини. Обернене відображення. Добуток відображень. Група перетворень.
2. Класифікація властивостей геометричних фігур.
3. Ортогональні відображення. Ортогональні перетворення.
4. Властивості ортогональних відображень (колінеарність точок, паралельність прямих, площин, порядкові властивості, орієнтація).
5. Ортогональні перетворення першого і другого роду.
6. Паралельне перенесення, властивості.
7. Симетрія відносно прямої. Симетрія відносно точки.
8. Поворот, властивості.
9. Подання ортогональних перетворень у вигляді добутку основних ортогональних перетворень. Теорема Шаля.

10. Паралельне перенесення в декартових прямокутних координатах.
11. Симетрія відносно точки, прямої в координатах.
12. Поворот в координатах.
13. Поняття ортогональних перетворень простору. Основні види: паралельне перенесення, симетрія відносно площини, прямої, точки, поворот.
14. Теорема Шаля. Ортогональні перетворення простору в координатах.
15. Відображення подібності. Властивості подібних перетворень. Перетворення першого і другого роду.
16. Задання перетворень подібності площини.
17. Означення і властивості гомотетії. Три попарно гомотетичні фігури.
18. Теорема Менелая. Три попарно гомотетичні кола. Гомотетія в координатах. Представлення подібного перетворення у вигляді добутку гомотетії на ортогональне перетворення.
19. Подібні перетворення площини в координатах. Група перетворень подібності.
20. Означення афінного перетворення і перетворення площини. Властивості. Приклади афінних перетворень і відображень площини: коса симетрія, стиск, косий стиск, гіперболічний поворот, еліптичний поворот, зсув, паралельне проектування, споріднення.
21. Афінні відображення площини на площину, збереження паралельності прямих. Лема Дарбу та її наслідки. Інваріантність зображення трьох точок прямої. Задання афінних відображень. Афінне перетворення в координатах.
22. Властивості еліпса як образу кола при стиску площини, в якій розміщене коло, до його діаметра. Теореми Аполлонія.
23. Афінна класифікація ліній другого порядку.

24. Означення проєктивного відображення, перетворення.
25. Перспективна відповідність.
26. Основні інваріанти: проєктивне перетворення, складне відношення чотирьох точок прямої, чотирьох прямих одного пучка, проєктивна пряма.
27. Гармонізм. Приклади. Гармонічні властивості повного чотирикутника.
28. Означення гіперболічної гомології. Властивості. Параболічна гомологія. Властивості. Інволютивне перетворення проєктивної площини.
29. Проєктивне перетворення в координатах. Лінії другого порядку на проєктивній площині.
30. Означення інверсії. Властивості інверсії. Збереження кутів при інверсії. Інверсія в координатах.
31. Означення кругового перетворення. Основна теорема: кожне кругове перетворення K є або подібність, або інверсія, або добуток подібності на інверсію. Властивості кругового відображення.