



Волинський національний університет імені Лесі Українки

Кафедра математичного аналізу та статистики

СИЛАБУС

нормативної навчальної дисципліни

**ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА
МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА**

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	01 Освіта / Педагогіка
Спеціальність	014.04 Середня освіта (Математика)
Освітня програма	Середня освіта. Математика
Форма навчання	Денна
Розробник (викладач)	Ханін Олександр Григорович, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: hanin.alex@vnu.edu.ua
Програма навчальної дисципліни	Програма навчальної дисципліни розміщена на сторінці кафедри математичного аналізу та статистики на офіційному сайті ВНУ імені Лесі Українки
Семестр, курс	3-4 семестр, II курс
Обсяг дисципліни	Загальний обсяг: 6 кредитів / 180 годин. Аудиторних годин: 122; з них: лекцій – 60 год., практичних – 62 год. Самостійної роботи: 46 години.
Форма контролю	Екзамен (3 семестр), екзамен (3 семестр)
Час занять	Тижневих годин: 3 семестр – 4 год; 4 семестр – 3 год. Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi?n=700 Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація дисципліни	<p>Випадковість так само, як і закономірність, є невід'ємною складовою оточуючого нас світу. Теорія ймовірностей представляє собою математичний апарат для вивчення математичних моделей, які відображають явища та процеси реального світу, що містять елементи випадковості. Математична статистика ґрунтується на положеннях теорії ймовірностей і дозволяє організувати правильне збирання та аналіз випадкових даних, які ми можемо спостерігати, і на основі обмеженої кількості таких даних робити об'єктивні висновки про саме явище чи систему, яка їх породжує.</p> <p>Методи теорії ймовірностей та математичної статистики застосовуються для аналізу даних у величезному колі задач у самих різноманітних сферах: від освіти, медицини, психології, соціології до техніки, економіки, фінансів та бізнесу. У курсі математики середньої та старшої школи також вивчаються елементи теорії ймовірностей та математичної статистики. Тому оволодіння цим курсом як складової математичної освіти бакалавра зі спеціальності «Середня освіта. Математика» представляється вельми актуальним.</p>
Пререквізити дисципліни	Основи теорії множин та елементи математичної логіки, що вивчаються в курсі «Дискретна математика»; поняття комплексного числа та його представлення, загальні рівняння прямих, кривих та площин, що вивчаються в курсі «Аналітична геометрія»; дії над матрицями, поняття та властивості визначників, що вивчаються у курсі «Лінійна алгебра»; поняття функції однієї та багатьох змінних,

	<p>границь, похідної, часткової похідної, інтегралів та кратних інтегралів, числових та функціональних рядів, що вивчаються у курсі «Математичний аналіз»; основи роботи з Excel, що вивчаються у курсі «Інформатика та програмування»; елементарна математика в обсязі програми загальноосвітньої школи.</p>
<p>Постреквізити дисципліни</p>	<p>Дисципліна завершує цикл математичної підготовки бакалавра, але результати навчання теорії ймовірностей та математичної статистики безпосередньо застосовуються при вивченні курсів «Статистичні методи в економіці та фінансах» і «Фінансова та актуарна математика» під час навчання у магістратурі за спеціальностями «Математика» та «Середня освіта. Математика».</p>
<p>Мета вивчення дисципліни</p>	<p>Формування особистості, розвиток інтелекту, аналітичного та синтетичного мислення, математичної культури та інтуїції; навичок побудови та дослідження імовірнісних математичних моделей тих явищ, у яких фактор випадковості відіграє істотну роль, а також статистичного аналізу даних з метою отримання інформації для виявлення важливих закономірностей та побудови надійних прогнозів; формування математичних компетенцій для викладання відповідних розділів курсу математики у середній та старшій школі; набуття знань, умінь для подальшого успішного вивчення інших математичних дисциплін та навичок застосування отриманих знань на практиці; формування таких загальних та спеціальних компетентностей:</p> <p>ЗК-4. Здатність до прийняття ефективних рішень у професійній діяльності та відповідального ставлення до обов'язків, мотивування людей до досягнення спільної мети (лідерська компетентність).</p> <p>ЗК-5. Здатність до генерування нових ідей, виявлення та розв'язання проблем, ініціативності та підприємливості (підприємницька компетентність).</p> <p>ЗК-8. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.</p> <p>ЗК-9. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p>ЗК-10. Здатність використовувати в професійній діяльності базові знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук.</p> <p>ЗК-11. Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу.</p> <p>ЗК-12. Здатність застосовувати професійні математичні знання й уміння на практиці.</p> <p>СК-1. Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.</p> <p>СК-2. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, до якої звертаються, як усно, так і письмово, а також розуміти математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.</p> <p>СК-3. Здатність розуміти міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей та технічних викладок.</p> <p>СК-4. Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики.</p> <p>СК-6. Здатність пояснювати в математичних термінах результати,</p>

	<p>отримані під час розрахунків.</p> <p>СК-8. Здатність використовувати знання наукових фактів, концепцій, теорій, принципів і методів у практиці навчання математики в базовій середній школі.</p> <p>СК-9. Здатність розв'язувати задачі шкільного курсу математики різного рівня складності та формувати відповідні вміння учнів.</p>
<p>Результати навчання</p>	<p>Вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики сприяє тому, що здобувачі будуть:</p> <p>ПРН-1. Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці.</p> <p>ПРН-3. Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.</p> <p>ПРН-4. Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.</p> <p>ПРН-6. Знати методи математичного моделювання природничих та / або соціальних процесів.</p> <p>ПРН-16. Знати теоретичні основи і застосовувати основні методи теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів і математичної статистики для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки реальних даних та аналізу тривалих випадкових явищ.</p>

Структура освітнього компонента

Назви змістовних модулів і тем	Кількість годин					*Форма контролю/ Бали
	Усього	у тому числі				
		Лек.	Практ.	Конс.	Сам. роб.	
1	2	3	4	5	6	7
Змістовий модуль І. Випадкові події та випадкові величини						
<p><i>ТЕМА 1. Ймовірнісні простори.</i></p> <p>Простір елементарних подій. Алгебра подій. Аксиоми теорії ймовірностей. Класичне означення ймовірності. Геометричні ймовірності. Умовні ймовірності, незалежні події. Формула повної ймовірності і формули Байеса.</p>	21	8	8	1	4	УО, ДС, Р3/5
<p><i>ТЕМА 2. Послідовності незалежних випробувань.</i></p> <p>Схема Бернуллі. Формула Бернуллі. Поліноміальна схема. Теореми Муавра-Лапласа і Пуассона.</p>	7	2	2	1	2	УО, ДС, Р3/3
<p><i>ТЕМА 3. Випадкові величини і функції розподілу.</i></p> <p>Означення випадкової величини і функції розподілу. Дискретні і неперервні випадкові величини і їх розподіли. n-вимірні випадкові величини. Незалежність випадкових величин. Функції від випадкових величин.</p>	21	8	8	1	4	УО, ДС, Р3/5
<p><i>ТЕМА 4. Числові характеристики випадкових величин</i></p> <p>Математичне сподівання і дисперсія випадкової величини, їх властивості. Моменти різних порядків і інші числові характеристики випадкової величини. Числові характеристики n – вимірних</p>	21	8	8	1	4	УО, ДС, Р3/6

випадкових величин. Кореляція. Коефіцієнт кореляції. Умовні розподіли і умовні математичні сподівання. Розв'язання задач із теорії ймовірностей з курсу математики старшої школи.						
Модульна контрольна робота 1						30
Разом за змістовним модулем I	70	26	26	4	14	49
Змістовий модуль II. Граничні теореми						
<i>ТЕМА 5. Твірні (генератриса) та характеристичні функції</i> Означення і властивості твірних і характеристичних функцій. Граничні теореми для твірних і характеристичних функцій.	17	6	6	1	4	УО, ДС, Р3/5
<i>ТЕМА 6. Закон великих чисел. Центральна гранична теорема.</i> Нерівність Чебишева. Збіжність за ймовірністю. Класичні теореми ЗВЧ. Нерівність Колмогорова. Збіжність з ймовірністю одиниця. Посилений ЗВЧ. Центральна гранична теорема для однаково розподілених доданків. Теорема Ляпунова. Теорема Хінчина.	13	4	4	1	4	УО, ДС, Р3/6
Модульна контрольна робота 2						30
Разом за змістовним модулем II	30	10	10	2	8	41
ІНДЗ						10
Разом за 3-й семестр	100	36	36	6	22	100
Змістовний модуль III. Побудова репрезентативних вибірок. Точкове, інтервальне та непараметричне оцінювання						
<i>Тема 7. Побудова репрезентативних вибірок</i> Генеральна сукупність та вибірка. Стратифікована генеральна сукупність.	6	2	2		2	УО, ДС, Р3/2

Репрезентативна та практично репрезентативна вибірка. Види та типи відбору. Реалізація простого випадкового відбору засобами Excel.						
<p><i>Тема 8. Непараметричне та точкове оцінювання</i></p> <p>Статистичне означення ймовірності. Типи даних. Використання функції масиву «Частота» для побудови розподілу частот вибіркової сукупності. Побудова гістограми як стовпчикової діаграми частот. Статистична оцінка параметрів генеральної сукупності та її властивості. Побудова засобами Excel вибіркового середнього, квантилів, медіани, моди, розмаху, дисперсії, середньоквадратичного відхилення, коефіцієнтів варіації, вибірових коефіцієнтів асиметрії та ексцесу. Поняття про викиди даних. Універсальні методи оцінювання: метод найбільшої правдоподібності та метод моментів. Розв'язання задач із математичної статистики з курсу математики старшої школи.</p>	15	4	6	1	4	УО, ДС, РЗ/8
<p><i>Тема 9. Інтервальне оцінювання</i></p> <p>Поняття довірчого інтервалу невідомого параметру генеральної сукупності. Побудова засобами Excel довірчого інтервалу для невідомого середнього нормально розподіленої генеральної сукупності та невідомої ймовірності успіху в схемі Бернуллі. Інтервал передбачення. Односторонні довірчі інтервали.</p>	13	4	4	1	4	УО, ДС, РЗ/6
Модульна контрольна робота 3						30
Разом за змістовним модулем III	34	10	12	2	10	46
Змістовий модуль IV. Статистичні висновки. Елементи кореляційного та регресійного аналізу						
<p><i>Тема 10. Перевірка статистичних гіпотез</i></p> <p>Поняття статистичної гіпотези та критерію її перевірки. Рівень значущості. Критична область та область допустимих значень.</p>	25	8	8	2	7	УО, ДС, РЗ/7

Дво- та одностороння перевірка гіпотез. Похибки при перевірці гіпотез. Потужність критерію. Перевірка гіпотез про рівність певному значенню середнього нормально розподіленої генеральної сукупності та ймовірності успіху в схемі Бернуллі. Застосування інтервалу передбачення до прийняття рішення, чи належить нове спостереження тій самій генеральній сукупності. Т-тест для залежних та незалежних вибірок.						
<i>Тема 11. Кореляційний та регресійний аналіз</i> Вивчення ступеня взаємозв'язку між двома генеральними сукупностями: діаграма розсіювання та коефіцієнт кореляції Пірсона, його особливості та сфера застосування. Ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена. Проста лінійна регресія: передбачення одного фактору по іншому. Функція Excel «ПРЕДСКАЗ». Множинна лінійна регресія: побудова та аналіз моделі. Функція Excel «ЛИНЕЙН». Деякі проблеми, які виникають при побудові моделі лінійної множинної регресії.	21	6	6	2	7	УО, ДС, РЗ/7
Модульна контрольна робота 4						30
<i>Разом за змістовним модулем IV</i>	46	14	14	4	14	44
<i>ІНДЗ</i>						10
<i>Разом за 4-й семестр</i>	80	24	26	6	24	100
Всього годин	180	60	62	12	46	

Форма контролю*: РЗ/К – розв'язування задач / кейсів, ДС – дискусія, ІНДЗ – індивідуальне завдання, УО – усне опитування.

Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів включає в себе:

Опрацювання лекційного матеріалу. Перевірка здійснюється під час практичних занять.	6 год
Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань. Перевірка здійснюється під час практичних занять.	10 год
Систематизація вивченого матеріалу перед контрольними заходами, тестуванням. Перевірка здійснюється під час контрольних заходів, тестування.	4 год

Виконання ІНДЗ	26 год
Всього	46 год

Приклади задач, які входять до ІНДЗ

(кожне ІНДЗ включає 5 завдань)

ІНДЗ 1 (Семестр 3)

1. Класичне означення ймовірності

1. Серед 25 фірм, з яких 10 українських, а інші російські, розігрується 5 урядових контрактів. Вважається, що кожна фірма має рівні шанси на отримання контракту. Знайти ймовірність того, що принаймні дві українські фірми виграють контракт.

2. У фірмі 10 співробітників (6 чоловіків і 4 жінки) претендують на заміщення трьох вакансій. Вважають, що всі кандидатури мають рівні шанси на зайняття цих вакансій. Знайти ймовірність того, що жінки не займуть жодної вакансії.

3. У групі з 12 бізнесменів тільки 8 мають досвід роботи у запропонованій новій галузі. Для проекту потрібно відібрати 4 особи. За припущення, що відбір претендентів проводять навмання, знайти ймовірність того, що в команду з чотирьох чоловік потраплять всі, хто має досвід роботи.

4. Комплект містить 7 виробів першого сорту, 6 - другого сорту і 2 вироби - третього сорту. Навмання обирають 5 виробів. Знайти ймовірність того, що серед них не виявиться виробів третього сорту.

5. Із 15 рейсів, що виконуються з аеропорту протягом доби, 60 % рейсів виконуються на власному літаковому парку. Знайти ймовірність того, що з вибраних навмання 5 рейсів рівно 3 виконуються на власному парку.

6. 12 виробів, серед яких 4 нестандартних, випадковим способом розбиваються на дві рівні партії. Знайти ймовірності того, що: *a)* у кожній партії буде рівна кількість нестандартних виробів; *б)* усі нестандартні вироби будуть в одній партії.

7. У конкурсі газети бере участь 12 чоловіків та 8 жінок. Є два призових місця. За припущення, що відбір претендентів ведуть навмання, яка ймовірність того, що обидва місця займуть жінки?

8. З 10 літаків, що прибувають в аеропорт протягом доби, 80 % мають повне комерційне завантаження. Знайти ймовірність того, що серед п'яти випадковим способом узятих літаків тільки 4 мають повне завантаження.

9. В авіакасі було 15 квитків, серед яких 6 квитків до пункту А. До кінця зміни продано 8 квитків. Знайти ймовірність того, що в касі не залишилося квитків до пункту А, якщо ймовірність продажу кожного квитка однакова.

10. Партія з 30 виробів містить 10 % браку. Знайти ймовірність того, що серед 7 виробів, узятих випадково: а) тільки 2 бракованих; б) жодного бракованого.

2. Геометричні ймовірності

1. До авіакаси у випадковий час у межах 10 хв звернулось 2 пасажери. Обслуговування одного пасажера триває 2 хв. Знайти ймовірність того, що пасажир, який звернувся другим, буде вимушений зачекати.

2. Стрижень довжини L навмання розламаний на 3 частини. Знайти ймовірність, що довжина кожної частини буде більшою за $L/4$.

3. Два літаки прибувають у зону аеропорту у випадковий час між 12:00 і 12:30. Знайти ймовірність того, що літак, який прибув другим, не буде вимушений чекати дозволу на посадку, якщо чергову посадку можна здійснювати не раніше, ніж за 10 хв після попередньої.

4. У рівнобедреному трикутнику з бічною стороною 5 см та кутом при вершині 120° довільно розміщено квадрат зі стороною 1,5 см. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана точка трикутника лежатиме в квадраті.

5. На відрізку довжиною 15 см випадково поставлено дві точки. Знайти ймовірність того, що відстань між цими точками не перевищує 7 см.

6. Відстань між пунктами M і N літак долає за 1 год, а потяг - за 18 год. Потяг у випадковий час протягом доби вирушає з пункту M до N . Знайти ймовірність того, що черговий літак прибуде до пункту N раніше від потяга, якщо між M і N виконується за розкладом один рейс літака щодоби.

7. У ромбі зі стороною 5 см та гострим кутом 60° лежить прямокутник зі сторонами 2 та 3 см. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана у ромбі точка лежатиме і в прямокутнику.

8. З проміжку $[0,1]$ випадковим способом вибирають два дійсних числа. Знайти ймовірність того, що їх сума не більша одиниці, а добуток не перевищує $2/9$.

9. Кожне з двох дійсних додатних чисел не більше 4. Знайти ймовірність того, що їх добуток також буде не більше 4.

3. Ймовірності суми та добутку подій

1. Фірма має можливість отримати два контракти. Ймовірність отримання першого контракту дорівнює 0,9, а другого - 0,8. Вважаючи ці події незалежними, знайти ймовірності подій: а) фірма отримає обидва контракти; б) фірма отримає принаймні один контракт.

2. Надійність лінії зв'язку між об'єктами (ймовірність безвідмовної роботи протягом певного часу) дорівнює 0,75. Для підвищення якості зв'язку встановлено резервну лінію надійністю 0,65. Визначити надійність зв'язку з резервною лінією.

3. Через метеорологічні умови літак було відправлено на запасний аеродром, під час наближення до якого у баках літака залишалося палива на 3 заходи на посадку. Ймовірність посадки літака за першого заходу дорівнює 0,8, за другого - 0,95, за третього - 0,995. Знайти ймовірність вдалої посадки літака.

4. Є 8 кандидатів на отримання роботи. Серед них є люди з відповідною кваліфікацією (подія A) і люди, що закінчили Видавничо-поліграфічний інститут (подія B), та інші. Їх кількості подано в таблиці.

	A	\bar{A}	Усього
B	1	3	4
\bar{B}	2	2	4
Усього	3	5	8

Усі кандидати мають рівні шанси на отримання роботи. Знайти ймовірність того, що роботу отримає людина без кваліфікації, або яка закінчила Видавничо-поліграфічний інститут.

5. Імовірність виготовлення виробу вищого сорту на першому верстаті становить 0,7, на другому - 0,8. На першому верстаті виготовлено 2 вироби, на другому - 3. Знайти ймовірність того, що всі вироби належать до вищого сорту.

6. Відомо, що в деякому регіоні 40 % компаній мають у штаті юриста і 80 % компаній мають у штаті економіста. Вважаємо, що ці дві події незалежні. Знайти ймовірність того, що фірма має в штаті економіста і юриста.

7. Є два ринки цінних паперів. Інвестиційна фірма направила на обидва ринки водночас 260 акцій різноманітної якості. У визначений день на першому ринку зросли ціни 197 акцій (подія A), а на другому ринку зросли ціни 191 акції (подія B). Одночасно на обох ринках зросли ціни 165 акцій. Інші акції не піднялися в ціні. Результати торгів наведено в таблиці.

	A	\bar{A}	Разом
B	165		191
\bar{B}			
Разом	197		260

Заповнити порожні місця в таблиці. Знайти ймовірність того, що зросла ціна акцій на першому ринку, якщо відомо, що зросла ціна акцій на другому ринку.

8. На фірмі опитано 100 службовців із метою вивчення стану транспортного обслуговування. Виявилось, що 70 осіб користуються метро (подія A).

Іншими видами транспорту користуються 40 осіб (подія B), а 20 осіб одночасно користуються метро та іншими видами транспорту. Опитування занесено в таблицю.

	A	\bar{A}	Разом
B	20		40
\bar{B}			
Разом	70		100

9. На фірмі опитано 100 службовців із метою вивчення стану транспортного обслуговування. Виявилося, що 70 осіб користуються метро (подія A).

Іншими видами транспорту користуються 40 осіб (подія B), а 20 осіб одночасно користуються метро та іншими видами транспорту. Опитування занесено в таблицю.

	A	\bar{A}	Разом
B	20		40
\bar{B}			
Разом	70		100

Заповнити порожні місця в таблиці. Знайти ймовірність того, що службовець користується метро або іншими видами транспорту.

10. Радіостанція аеропорту надсилає 3 повідомлення для літака. Імовірність підслуховування розвідувальним агентством першого повідомлення дорівнює 0,6; другого - 0,65; третього - 0,7. Знайти ймовірність того, що агентство підслухало: а) тільки два повідомлення; б) усі три повідомлення.

З опитаних бізнесменів 80 % віддають перевагу зберіганню грошей у банку (подія A), 60 % вкладає гроші в цінні папери (подія B), 50 % одночасно тримають гроші в банку та вкладають у цінні папери. Результати опитування подано в таблиці.

11.

	A	\bar{A}	Разом
B	0,5		0,6
\bar{B}			
Разом	0,8		1

Заповнити таблицю до кінця. Знайти ймовірність того, що навмання обраний бізнесмен тримає гроші в банку або у вигляді цінних паперів.

4. Формула повної ймовірності. Формула Байєса

1. Серед виробів, які випускаються заводом, 96 % відповідають стандарту. Спрощена

схема контролю визнає доброякісною стандартну продукцію з імовірністю 0,98 і нестандартну - з імовірністю 0,05.

Знайти:

- а) ймовірність того, що навмання взятий виріб пройде спрощений контроль;
- б) за умови проходження спрощеного контролю ймовірність того, що він відповідає стандарту.

2. Інвестор вкладає свої гроші в акції без ризику, в акції допустимого ризику та акції великого ризику в пропорціях: 10 %, 30 %, 60 %. Імовірність отримання прибутку від цих акцій становить 1, 0,75 та 0,6 відповідно. Знайти:

- а) ймовірність того, що інвестор отримає прибуток;
- б) якщо інвестор отримав прибуток, то яка ймовірність того, що він отриманий від акцій без ризику?

3. Економічний факультет провів обстеження працевлаштування своїх випускників. Імовірність того, що людина, яка працює в сфері бізнесу та має прибуток вище N гривень становить 0,9, а поза сферою бізнесу - 0,3. З'ясовано, що 80 % випускників працюють у сфері бізнесу. Знайти:

- а) ймовірність того, що навмання обраний випускник має прибуток вище N гривень;
- б) за умови отримання прибутку випускником більше N гривень яка ймовірність того, що він працює в сфері бізнесу?

4. Задачу розв'язують самостійно 2 відмінники, 3 посередні студенти та 5 студентів, що навчаються добре. Ймовірність розв'язання задачі відмінником дорівнює 0,9; студентом, який навчається добре, - 0,8 та посереднім - 0,5. До дошки навмання викликають одного зі студентів.

- 1) Знайти ймовірність того, що студент розв'язав задачу.
- 2) Викликаний студент розв'язав задачу. Знайти ймовірність того, що він: а) відмінник; б) студент із середнім рівнем успішності.

5. Податкові інспектори роблять перевірку діяльності підприємств. Перший інспектор обслуговує 40 підприємств, серед яких 25 % не мають заборгованостей, другий - 60 підприємств, із них 40 % без заборгованостей. Знайти ймовірність того, що навмання обране підприємство:

- а) не має заборгованості;
- б) підприємство, що не має заборгованості, перевіряв перший інспектор.

6. Фабрика виготовляє однотипну продукцію на трьох конвеєрних лініях, які мають однакову продуктивність. На першій лінії виробляється продукція тільки першого сорту, на другій лінії продукція першого сорту становить 90 %, а на третій - 85 %. Знайти ймовірність того, що:

- а) випадковим способом узятий виріб буде першосортним;
- б) випадково взятий виріб виявився першосортним і його виготовлено на третій лінії.

7. Менеджер з інвестицій передбачає три варіанти розвитку економічної ситуації на наступний рік: високе зростання, відсутність зростання та спад. Імовірності цих подій становить: 0,6; 0,3 та 0,1 відповідно. Очікується отримання прибутку з наявного активу. Імовірність отримання прибутку становить: випадок високого зростання - 0,8; випадок відсутності зростання - 0,6; випадок спаду - 0,1, знайти ймовірність того, що:

- a) буде отримано прибуток з наявного активу;
- б) цей прибуток з наявного активу отримано в умовах високого зростання економіки.

8. Авіатехнічний склад одержує від першого заводу в 4 рази більше агрегатів, ніж від другого. Брак у продукції першого заводу становить 4 %, а другого - 8 %.

1) Знайти ймовірність того, що випадковим способом узятий агрегат виявиться бракованим;

2) Випадковим способом узятий агрегат виявився бракованим. На якому заводі він більш імовірно виготовлений?

9. Два робітники виготовили по однаковій кількості деталей. Брак продукції, виготовленої першим робітником, становить 5 %, а другим - 1 %, знайти ймовірність того, що:

- a) узята навмання деталь буде бракованою;
- б) бракована деталь виготовлена першим робітником.

10. На фабриці перша машина виробляє 40 %, а друга - 60 % усієї продукції. У середньому 9 з 1000 одиниць продукції, виготовленої першою машиною, виявляється браком, а для другої машини брак становить 2 одиниці на 500 одиниць продукції:

- a) знайти ймовірність браку продукції, виготовленої на фабриці;
- б) на якій з машин виготовлена більш імовірно певна одиниця продукції, обрана випадково із даної продукції фабрики, що виявилася браком.

5. Повторення незалежних випробувань. Формула Бернуллі. Формула Муавра-Лапласа. Формула Пуассона

1. Серед великої кількості виробів, що знаходяться в комплекті, 30 % - нестандартні. Знайти ймовірності того, що серед 5 виробів, навмання взятих із комплекту, буде: a) тільки один нестандартний; б) принаймні один нестандартний.

2. Імовірність того, що кожен клієнт, який звернувся в авіакасу, замовить квиток до аеропорту N дорівнює 0,1. Знайти ймовірності того, що із 100 клієнтів, що звернулись в касу, замовлять квиток до аеропорту N a) менше 15 осіб; б) 5 - 12 осіб; в) більше 20 осіб.

3. На біржі виставлено 10 цінних паперів. Імовірність того, що вони подорожчають протягом одного дня, дорівнює 0,6. Знайти ймовірності того, що подорожчає: a) рівно 5 паперів; б) не більше, ніж 4 папери; в) 3 - 5 паперів.

4. Авіакомпанія виконує протягом місяця 400 рейсів. Імовірність повного комерційного завантаження кожного рейсу дорівнює 0,8. Знайти ймовірності того, що протягом місяця з

повним комерційним завантаженням буде виконано: *a)* не менше 300 рейсів; *б)* більша частина рейсів.

5. За статистичними даними у середньому 1 % пасажирів відмовляється від рейсу. Знайти ймовірності того, що з 300 пасажирів, які мають квитки на рейс, відмовляться від польоту: *a)* не більше 5 пасажирів; *б)* не менше 3 пасажирів.

6. Інвестор укладає договір на фондовій біржі. Ймовірність укладання однієї угоди за день дорівнює 0,7. Виходячи із припущення, що протягом 10 робочих днів укладається не більше однієї угоди в день, знайти ймовірності таких подій: *a)* буде укладено 7 угод; *б)* буде укладено не менше 8 угод; *в)* жодної угоди не буде укладено.

7. Кількість помилок у рахунках торгових підприємств становить 5 %. Аудитор перевіряє 10 навмання вибраних рахунків. Якщо не виявиться жодної помилки, то рахунки підприємства далі не перевірятимуть. Яка ймовірність того, що в 10 рахунках підприємства: *a)* не буде жодної помилки; *б)* буде 3 помилки; *в)* буде 3 - 5 помилок.

8. Телефонна станція обслуговує 2000 абонентів. Імовірність того, що будь-який абонент зателефонує на станцію протягом години, дорівнює 0,001. Знайти ймовірності того, що протягом години на телефонну станцію зателефонують: *a)* 5 абонентів; *б)* не більше 3 абонентів.

9. Імовірність того, що інвестиційний проект принесе через рік прибуток, дорівнює 0,8. Знайти ймовірності того, що із 15 інвестиційних проектів: *a)* 10 проектів виявляться прибутковими; *б)* не менше 8 проектів виявляться прибутковими; *в)* 5 - 9 проектів будуть прибутковими.

10. Фабрика випускає 75 % продукції першого сорту. Знайти ймовірність того, що із 300 виробів, виготовлених фабрикою, кількість першосортних виробів буде: *a)* 250 виробів; *б)* 220 - 235; *в)* не більше 200.

6. Дискретні випадкові величини

1. Продавець морозива дійшов висновку, що рівень продажу залежить від погоди: сонячної, похмурої та холодної. Сонячні дні становлять 50 %, холодні - 10 %. Виторг від продажу морозива становить 290, 260 і 225 грн за день відповідно до стану погоди. Неповернені витрати на морозиво становлять 100 грн за день. Побудувати розподіл випадкової величини X - прибутку від продажу морозива та визначити її числові характеристики.

2. Цінні папери на біржі кожного дня можуть із ймовірністю 0,5 подорожчати на 10 %. Спостереження ведеться три дні. Початкова вартість цінних паперів 5 000 грн. Побудувати розподіл випадкової величини X - вартості цінних паперів, вважаючи її розподіленою за біномним законом та знайти її числові характеристики.

3. Огляд рахунків 500 інвесторів на фондовій біржі дав таку інформацію про кількість угод протягом 10 робочих днів:

Кількість угод	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість власників фінансових інструментів	136	98	84	76	38	28	14	10	10	3	3

Побудувати розподіл випадкової величини X - кількості угод та визначити її числові характеристики.

4. Корпорація вкладає гроші у купівлю земельної ділянки вартістю 100 000 у. о., сподіваючись, що за два роки ціна на земельну ділянку зросте на q %. Є чотири прогнози зміни q % за два роки:

$q, \%$	50	45	40	30
Імовірність	0,2	0,3	0,3	0,2

Побудувати розподіл випадкової величини X - вартості земельної ділянки за два роки та визначити її числові характеристики.

5. Продавець кафе встановив такий закон розподілу рівня продажів про- холоджувальних напоїв залежно від погоди:

	Сонячна	Похмура	Холодна
Сума продажів	150	100	40
Імовірність	0,3	0,5	0,2

Загальна собівартість напоїв становить 80 грн. Побудувати розподіл випадкової величини X - величини прибутку за один день та визначити її числові характеристики.

6. У рекламних цілях торгова фірма вкладає в кожну десяту одиницю товару приз вартістю 100 грн. Побудувати розподіл випадкової величини X - розміру виграшу за 5 покупок та знайти її числові характеристики.

7. Клієнти банку, які не зв'язані між собою, не повертають кредити в зазначений термін з імовірністю 0,1. Побудувати розподіл випадкової величини X - кількості повернених кредитів із 5 виданих та знайти її числові характеристики.

8. Контрольна робота складається із трьох запитань. На кожне запитання запропоновано 4 відповіді, серед яких одна правильна. Побудувати розподіл випадкової величини X - кількості правильних відповідей за простого вгадування та знайти її числові характеристики.

9. У білеті є три задачі. Ймовірність правильного розв'язання студентом першої задачі дорівнює 0,9; другої - 0,8; третьої - 0,7. Побудувати розподіл випадкової величини X - кількості правильно розв'язаних задач у білеті та знайти її числові характеристики.

10. Скласти закон розподілу випадкової величини X - кількості пакетів з трьох акцій, за якими власником буде отримано прибуток, якщо ймовірність отримання прибутку за кожним пакетом дорівнює 0,5; 0,6 та 0,7. Визначити числові характеристики випадкової величини X .

7. Система двох дискретних випадкових величин.

1. Фірма планує відкрити ще одне кафе. Для оптимального планування можливої кількості відвідувачів кафе протягом деякого часу аналітики фірми провели статистичне дослідження кількості відвідувачів й отриманого прибутку. У таблиці подано закон розподілу системи двох дискретних випадкових величин: X - кількість відвідувачів кафе за деякий час і Y - прибуток, який отримала фірма в умовних одиницях. Вважати, що k - номер варіанта.

Виконати такі завдання:

1) скласти закони розподілу одновимірних випадкових величин X та Y ;

$Y \backslash X$	k	$k + 2$	$k + 4$	$k + 6$
k	$0,002(35 - k)$	$0,002(k + 40)$	$0,002(70 - k)$	$0,002(k + 20)$
$k + 5$	$0,002(k + 30)$	$0,002(55 - k)$	$0,002(k + 25)$	$0,002(40 - k)$
$k + 10$	$0,002(50 - k)$	$0,002(k + 5)$	$0,002(80 - k)$	$0,002(k + 50)$

2) знайти математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення випадкових величин X та Y ;

3) з'ясувати, чи залежні випадкові величини X та Y ;

4) побудувати умовний закон розподілу випадкової величини X за умови, що випадкова величина Y набуває значення $k+10$ та умовний закон розподілу випадкової величини Y за умови, що випадкова величина X набуває значення $k + 2$;

5) знайти умовні математичні сподівання $M(X/Y=k+10)$, $M(Y/X=k+2)$.

8. Неперервні випадкові величини

1. Неперервна випадкова величина задана щільністю розподілу $y = f(x)$.

Записати інтегральну функцію розподілу $y = F(x)$; визначити числові характеристики $M(X)$, $D(X)$, а також $P(\alpha \leq X \leq \beta)$. Обчислити $M(-2X+5)$, $D(-2X+5)$.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \frac{\pi}{6}, \quad x > \frac{\pi}{3}; \\ 3 \sin 3x, & \frac{\pi}{6} < x \leq \frac{\pi}{3}; \end{cases} \quad \alpha = 0; \quad \beta = \frac{\pi}{4}.$$

2. Визначити, чи є функція $F(x)$ функцією розподілу випадкової величини X ? Для випадку позитивної відповіді знайти ймовірність $P\left(\frac{\pi}{6} \leq X < \frac{\pi}{3}\right)$.

3. Щільність імовірності неперервної випадкової величини X має вигляд:

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ Cx^2, & 0 \leq x \leq 2; \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Визначити константу C , побудувати функцію розподілу $F(x)$ і знайти ймовірність $P\{-1 \leq X \leq 1\}$.

ІНДЗ 2 (4 семестр)

Завдання 1. Точкове оцінювання параметрів генеральної сукупності

1. У табл. містяться суми, витрачені в минулому місяці вашими постійними споживачами на покупку вашої продукції.
 - a) Визначте середній обсяг продажів на одного постійного споживача.
 - b) Обчисліть коефіцієнт квадратичної варіації та зробіть висновок наскільки типовим значенням вибірки є вибіркове середнє.
 - c) Визначте медіану і кватилі.
 - d) Обчисліть коефіцієнт кватильної варіації та зробіть висновок наскільки типовим значенням вибірки є вибіркова медіана.
 - e) Знайдіть викиди значень, якщо такі є.
 - f) Якби ви могли розширити цей список постійних споживачів і включити в нього ще три і якби характеристика покупок цих трьох фірм була такою самою, як і у інших, який місячний обсяг продажів можна було б очікувати для цих 13 споживачів?

Табл.

Споживач	Продажі, тис. дол.	Споживач	Продажі, тис. дол.
Consolidated, Inc.	142	Associated, Inc.	93
International, Ltd.	23	Structura), Inc.	17
Business Corp.	41	Communications Co	174
Computer Corp.	10	Technologies, Inc.	420
Information Corp.	7	Comptedty, Ltd.	13

2. У табл. міститься виражена в процентах величина ПДВ в різних країнах.

- Побудуйте гістограму для цього набору даних і коротко опишіть форму розподілу.
- Визначте середній розмір ПДВ по всіх країнах.
- Обчисліть коефіцієнт квадратичної варіації та зробіть висновок наскільки типовим значенням вибірки є вибіркоче середнє.
- Знайдіть медіану та квартилі значення ПДВ.
- Обчисліть коефіцієнт квартильної варіації та зробіть висновок наскільки типовим значенням вибірки є вибіркова медіана.
- Порівняйте середнє і медіану. Чи відповідає ця різниця тому, що ви могли очікувати для такої форми розподілу?

Країна	Величина ПДВ, %	Країна	Величина ПДВ, %
Бельгія	12,5	Голандія	18,5
Канада	7,0	Нова Зеландія	12,5
Данія	15,0	Норвегія	22,0
Франція	18,6	Португалія	16,0
Німеччина	15,0	Іспанія	15,0
Греція	18,0	Швейцарія	6,5
Італія	12,0	Турція	12,5
Японія	3,0	Великобританія	17,5
Люксембург	15,0		

3. У табл. зазначені прибутки крупних торгових фірм з Fortune 500.

- Побудуйте гістограму для цього набору даних і коротко опишіть форму розподілу.
- Визначте середній розмір прибутку.
- Обчисліть коефіцієнт квадратичної варіації та зробіть висновок наскільки типовим значенням вибірки є вибіркоче середнє.
- Знайдіть медіану та квартилі значення прибутку.
- Обчисліть коефіцієнт квартильної варіації та зробіть висновок наскільки типовим значенням вибірки є вибіркова медіана.
- Порівняйте середнє і медіану. Чи відповідає ця різниця тому, що ви могли очікувати для такої форми розподілу?

Фірма	Прибуток, млн дол.
Wal-Mart Stores	3526
Sears Roebuck	1118
Kmart	249
J. C. Penney	566
Dayton Hudson	751
Federated Department Stores	536
May Department Stores	775

Dillard's	258
Nordstrom	186
Harcourt General	-115
PROFFTTTS	63
Mercantile Stores	130
Kohl's	141
Dollar General	145
Caldor	-155
Shopko Stores	49
Ames Department Stores	35
Saks Holdings	344
Family Dollar Stores	75
Fingerhut	69
Venture Stores	-195
Bradlees	-108
Value City	4

4. Ви почали кампанію по поліпшенню якості продукції на вашій паперовій фабриці і для цих цілей зібрали велику кількість доповідних записок про проблеми споживачів. Представлена в кожній доповідній записці проблема кодується таким чином: А – відсутність паперу; В - папір занадто товстий; З - папір занадто тонкий; D - ширина паперу не відповідає стандарту; Е - не той колір паперу; F - краї паперу грубо обрізані. Зібрана інформація наведена нижче:

A, A, E, A, A, A, B, A, A, A, B, A, B, F, F, A, A, A, A, A, B, A, A, A, A, C, D, F, A, A, E, A, C, A, A, A, F, F

а) Визначте, які з проблем є типовими

б) Чи можна в цьому випадку обчислити середнє або медіану? Чому?

Завдання 2. Непараметричне оцінювання щільності розподілу генеральної сукупності

1. Розгляньте представлені в таблиці дані про прибутковість (у відсотках за рік) неоподатковуваних облігацій.

а) Побудуйте гістограму для цього набору даних.

б) На основі гістограми визначте типові (модальні) значення прибутковості для неоподатковуваних облігацій.

в) Опишіть форму розподілу (чи є нормальним, симетричним, уні- чи бімодальним)

Табл. Доходність неоподаткованих облігацій

Емісія	Доходність, %	Емісія	Доходність, %
Austin Tex Airport	6,13	Mass Bay Trans Auth	6,00

Austin Tex Airport	6,12	NY Lcl Govt Ser 95 A	6,07
Chgo Ill Gas Rev Bds	6,15	NYC Muni Wtr Rn Auth	6,08
Clark Co Nev Rev Bds	6,13	NYC Muni Wtr Rn Auth	6,11
Clark Co Nev Rev Bds	6,01	NYS Energy Res & Dev	6,13
DadeCoFlaAviatRev	6,01	NYS Med Care Fac	5,99
Dallas-Ft Worth Arpt	5,89	NYS Thruway	5,94
Denver Colo Arpt	5,92	NYS Thruway Auth	5,84
Denver Colo Arpt	5,94	NYS Urban Dev Corp	5,95
FlaDept Trans Tpk Bds	5,85	Ohio Air Qty Dev Auth	6,07
Ra Dept Trans Tpk Bds	5,86	Orange Co Calif	6,08
Ra St Bd Ed	5,85	Orange Co R Hlth	5,90
Rorida St Bd Ed	5,92	Orange Co Ra	5,96
HoustonTxWtr&Swr	6,06	Palm Beach Ra Ser 19	5,79
Houston Tx Wtr & Swr	6,01	Phila Pa Arpt Ser 19	6,15
LA Co MTA Calif	5,96	PR elec Pwr Auth	6,00
LAMTACalif	5,94	PR Bec Pwr Auth Ser X	6,00
Lehigh Co IDA Pa	6,05	PR Pub Bldge Auth	5,81
Madera Co Calif	6,13	PtAuthofNY&NJ	5,91
MassBay Trans Auth	5,88	SC Public Svc Auth	5,96

2. Деяка компанія управляє великим і диверсифікованим портфелем акцій, об'ємом приблизно 67 мільярдів доларів. Дані про ринкову вартість цих інвестицій наведені в табл.

- Побудуйте гістограму набору даних.
- Опишіть форму розподілу
- Розрахуйте логарифм кожного із значень даних.
- Побудуйте гістограму для логарифмів значень.
- Опишіть форму розподілу логарифмів значень.

Табл. Інвестиції

Магазин	Ринкова вартість портфелю, тис. дол.	Магазин	Ринкова вартість портфелю, тис. дол.
Australia Gas Ught Co.	3463	Lechters, Inc.	293
Bed Batti & Beyond, Inc.	26445	Unens N Things, Inc.	315
Best Buy, Inc.	1304	Maxim Group, Inc. (The)	706
Bombay, Inc.	1671	Microage, Inc.	52
Compucom Systems, Inc	71	Musidand Stores, Inc.	2843
CompUSA Inc.	29 816	Pier 11mports, Inc.	29 530
Egghead. Com, Inc.	1007	Rex Stores Corp.	2521
Ethan Allen Interiors, Inc.	335	Sun Television & Appliances, Inc.	416
Good Guys, Inc.	2814	Sunbeam Corp.	5346
Heilig Meyers Co.	192	Tandy Corp.	67 305
Inacom Corp.	600	Trans World Entertainment Corp.	293

JD Group Ud.	398	Williams-Sonoma, Inc.	18 822
--------------	-----	-----------------------	--------

3. Розглянемо процентну зміну доходів компаній зі списку Fortune 500, які виробляють фотоапаратуру, науково-дослідне та вимірювальне обладнання.

а) Побудуйте гістограму набору даних.

б) Опишіть форму розподілу.

в) Компанія Varian Associates має найбільше зниження доходу (-10,9%) і, на перший погляд, повинна чимось відрізнятися від інших компаній. Виходячи з побудованої в п. "а" гістограми, скажіть, чи є фірма Varian викидом? Обґрунтуйте свій висновок.

Табл. Річна зміна доходів компаній (%), що виробляють фотоапаратуру, науково-дослідне та вимірювальне обладнання

Компанія	Зміна доходів, %
Minnesota Mining & Mfg.	5,9
Eastman Kodak	-9,4
Honeywell	9,8
Baxter International	12,9
Thermo Electron	21,3
Becton Dickinson	1,5
Medtronic	12,4
Polaroid	-5,7
Tektronix	9,7
Bausch & Lomb	-0,6
Boston Scientific	28,1
EG&G	-1,8
Varian Associates	-10,9
Guidant	26,7
Perkin-Elmer	9,8
Teradyne	8,1
C. R. Bard	1,6
Beckman Instruments	16,5
United States Surgical	5,3

Завдання 3. Довірчі інтервали

1. Ваша сільськогосподарська фірма збирається придбати деяку велику ділянку, придатну для обробки землі. Для прийняття рішення необхідно вивчити родючість землі на цій ділянці. Випадкова вибірка з 62 невеликих ділянок демонструє середню врожайність 103,6 бушелів кукурудзи з акра зі стандартним відхиленням 9,4 бушеля з акра. Побудуйте двосторонній 95% довірчий інтервал для середнього врожаю, зібраного з усієї великої ділянки землі, можливість покупки якої вивчається.

2. Ваша компанія виробляє і поширює заморожені харчові продукти. Одна упаковка даного продукту повинна мати вагу - 24,5 унції. Була зважена випадкова вибірка з денною продукції, і результати виявилися наступними: середня вага 24,41 унції, стандартне відхилення - 0,11 унції, розмір вибірки - 5 упаковок. Побудуйте двосторонній 95% довірчий інтервал для середньої ваги всіх упаковок, випущених за цей день.

3. Ваш відділ технічного контролю якості проаналізував вміст 20 випадково відібраних бочок з матеріалами, які використовують при виготовленні пластикового садового інструменту. Отримані наступні результати: середнє - 41,93 галона придатного до вживання матеріалу в кожній бочці зі стандартною помилкою 0,040 галона на бочку. Визначте двосторонній 95% довірчий інтервал для середнього генеральної сукупності.

4. Ваша пекарня випікає батони хліба, вага яких, як зазначено на етикетці, становить 1 фунт. Нижче наведена вага батонів, випадково відібраних з сьогоднішньої випічки.

1,02; 0,97; 0,98; 1,10; 1,00; 1,02; 0,98; 1,03; 1,05; 1,02; 1,06.

Визначте 95% довірчий інтервал для середньої ваги всіх батонів з сьогоднішньої випічки.

Завдання 4. Перевірка статистичних гіпотез

1. Щоб націлити рекламну кампанію свого ресторану на людей необхідної вікової групи, ви хочете з'ясувати, чи існує статистично значуща різниця між середнім віком ваших клієнтів і середнім віком усіх жителів міста, який становить 43,1 року. У випадковій вибірці з 50 ваших клієнтів середній вік дорівнює 33,6 року зі стандартним відхиленням 16,2 року.

а) Сформулюйте словами і в математичних позначеннях нульову і дослідницьку (альтернативну) гіпотези для двостороннього тесту.

б) Виконайте двосторонній тест на рівні значущості 5% і опишіть отриманий результат.

2. Частина складальної лінії необхідно регулювати, якщо консистенція пластику стає занадто в'язкою або, навпаки, недостатньо в'язкою у порівнянні зі значенням в'язкості 56,00, яке ваші інженери розглядають як прийнятне. Ви вирішуєте здійснювати налаштування тільки тоді, коли є впевненість, що система "вийшла з під контролю", тобто коли існує реальна необхідність для налаштування. Середнє значення в'язкості в останніх 14. вимірах склало 51,22 зі стандартним відхиленням 3,18.

а) Сформулюйте словами і в математичних позначеннях нульову і дослідницьку (альтернативну) гіпотези для двосторонньої перевірки.

б) Виконайте двосторонній тест при рівні значущості 5% і опишіть отриманий результат.

в) Виконайте двосторонній тест при рівні значущості 1% і опишіть отриманий результат.

3. З вашої бази даних, що містить інформацію про 14916 клієнтів, випадковим чином відібрано для опитування 725 осіб. З них 114 осіб незадоволені сервісом вашої компанії. Компанія поставила за мету знизити відсоток незадоволених споживачів до 10% або менше. Як ви вважаєте, ця мета вже досягнута чи поки що відсоток незадоволених все ще вище 10%? Обґрунтуйте свою відповідь.

Завдання 5. Кореляція та регресія

1. Розглянемо сукупність даних з табл., що представляє собою термін служби (в роках) та витрати на технічне обслуговування (в тисячах доларів за рік) для п'яти однакових друкарських пресів.

а) Побудуйте діаграму розсіювання для цієї сукупності даних. Якому типу взаємозв'язку відповідає ця діаграма?

б) Розрахуйте кореляцію між терміном служби і витратами на технічне обслуговування. Який висновок можна зробити на підставі цієї кореляції?

в) За допомогою функції «ЛИНЕЙН» знайдіть рівняння регресії, яке дозволяло б прогнозувати витрати на техобслуговування на основі терміну служби обладнання. Покажіть відповідну лінію на діаграмі розсіювання.

г) Якими, на вашу думку, будуть річні витрати на техобслуговування одного преса з семирічним терміном служби?

д) Яка в цьому випадку типова величина помилок прогнозування?

е) Яка частина варіації витрат на техобслуговування пояснюється тим, що термін служби одних пресів більше, ніж інших?

ж) Чи пояснює чи термін служби обладнання значиму частину варіації витрат на техобслуговування? Як ви про це дізналися?

з) Ваш колега запропонував запланувати річні витрати на техобслуговування в обсязі \$ 20 000 на один рік віку кожного преса. Виконайте перевірку гіпотез на рівні 5% і з'ясуйте, чи значуще спостережені річні витрати відрізняються від тих, які пропонує ваш колега.

Табл.

Термін служби	Витрати на техобслуговування
2	6
5	14
9	23
3	5
8	22

2. Швидкодія комп'ютерів, об'єднаних в мережу, при виникненні перевантажень, як правило, знижується. Природно, чим більше завантаження комп'ютера (в результаті звернень з боку інших користувачів або виконання якоїсь іншої роботи), тим більшим має бути час реакції. Цей час реакції (в секундах) вимірювався в різні моменти часу разом з кількістю користувачів в системі та завантаженням комп'ютера. Відповідні дані представлені в табл.

а) Проаналізуйте ці дані, запропонувавши власний коментар з приводу взаємозв'язків в трьох діаграмах розсіювання, які ви можете зобразити, розглядаючи попарно зазначені змінні. Зокрема, виглядають, на вашу думку, ці взаємозв'язки розумними?

б) Розрахуйте кореляційну матрицю і порівняйте її з взаємозв'язками, які ви спостерігаєте на діаграмах розсіювання.

в) Складіть рівняння регресії для прогнозування часу реакції, виходячи з кількості користувачів і завантаження комп'ютера.

г) У яких приблизно межах (кількість секунд) для цієї сукупності даних можна прогнозувати час реакції виходячи з кількості користувачів і завантаження комп'ютера?

д) Чи є F-тест значущим? Про що це говорить вам?

е) Чи є значущими коефіцієнти регресії? Інтерпретуйте для кожної змінної її поправочний вплив на час реакції.

ж) Зверніть увагу, що два коефіцієнта регресії дуже відрізняються між собою. Обчисліть стандартизовані коефіцієнти регресії з метою їх порівняння. Зробіть коментар про відносну важливість кількості користувачів і завантаження комп'ютера з точки зору їх впливу на час реакції.

Табл. Час реакції комп'ютера, кількість користувачів та рівень завантаженості

Час реакції	Кількість користувачів	Завантаженість комп'ютера, %
0,31	1	20,2
0,69	8	22,7
2,27	18	41,7
0,57	4	24,6
1,28	15	20,0
0,88	8	39,0
2,11	20	33,4
4,84	22	63,9
1,60	7.	35,8
5,06	26	62,3

Критерії оцінювання студентів за ІНДЗ:

оцінювання ІНДЗ здійснюється за **10 бальною** шкалою. Звіт про виконання ІНДЗ подається у вигляді виконаних в на папері завдань з теорії ймовірностей та виконаних в Excel завдань з комп'ютерної статистики.

Критерії оцінювання ІНДЗ

№ з/п	Критерії оцінювання роботи	Максимальна кількість балів за кожним критерієм
1.	Завдання 1. Теорія ймовірностей (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
2.	Завдання 2. Теорія ймовірностей (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
3.	Завдання 3. Теорія ймовірностей (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
4.	Завдання 4. Комп'ютерна статистика (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
5.	Завдання 5. Комп'ютерна статистика (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
Разом		10 балів

Політика оцінювання

Оцінювання навчальних досягнень здобувачів здійснюється за результатами поточного контролю та підсумкового модульного контролю (письмові модульні контрольні роботи). Форми контролю та бали за них прописані в останньому стовпці таблиці «Структура освітнього компонента».

Максимальна кількість балів, яку може заробити здобувач освіти під час поточного оцінювання за семестр – 40 балів. Робота здобувача на практичних заняттях оцінюється виходячи з компетентностей, проявлених ним на основі його самостійної роботи: здатності до автономної роботи та вміння шукати інформацію та послуговуватися нею, презентувати здобуті знання та проявляти комунікативну компетентність (вести дискусію, обстоювати власні міркування, брати участь у командній роботі). Здобувачам, які брали участь у роботі конференцій, підготовці наукових публікацій, участь в конкурсах студентських наукових робіт можуть присуджуватися додаткові (бонусні) бали, які зараховуються як результати поточного контролю.

Підсумковий модульний контроль за семестр включає в себе оцінки за дві модульні контрольні роботи (МКР). Максимальна кількість балів, яку може заробити здобувач освіти під час модульного контролю за семестр складає 60 балів.

Підсумкова семестрова оцінка виставляється без складання екзамену за результатами поточного і модульного контролю у випадку, якщо здобувач освіти успішно виконав усі завдання, передбачені силабусом, і набрав при цьому не менше 75 балів. В іншому разі здобувач освіти складає екзамен, при цьому, максимальна кількість балів, яку можна отримати на екзамені – 60. Вони замінюють бали модульного семестрового контролю, поточний семестровий контроль при цьому зберігається. Екзамен проходить у письмовій формі (тривалість 90 хв.). На нього виносяться основні питання, завдання, що потребують творчої відповіді та уміння синтезувати отримані знання. У кожному екзаменаційному білеті міститься одне теоретичне питання, а також три практичних завдання. Оцінка за семестр є сумою балів поточного контролю та балів, отриманих під час екзамену.

Письмові модульні контрольні роботи містять типові задачі відповідного змістового модуля і теоретичне питання з обґрунтуванням. ІНДЗ розв'язуються самостійно в позааудиторний час. Звіт про виконання ІНДЗ подається в електронному вигляді та складається з виконаних в Excel та належним чином оформлених запропонованих студенту завдань. Оцінка роботи здійснюється відповідною кількістю балів.

Повторне складання екзамену допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДО ЕКЗАМЕНУ

Семестр 3

1. Ймовірнісні простори. Випадкові події. Алгебра подій.
2. Аксиоми теорії ймовірностей. Властивості ймовірності. Теорема додавання ймовірностей.
3. Класичне означення ймовірності. Геометричні ймовірності.
4. Умовні ймовірності. Попарна незалежність подій та незалежність у сукупності.. Теорема множення ймовірностей.
5. Формула повної ймовірності. Формули Байєса.
6. Послідовність незалежних випробувань (схема Бернуллі). Формула Бернуллі.
7. Найімовірніше число появ події в схемі Бернуллі.
8. Наближені формули Лапласа та Пуассона для ймовірностей успіхів у схемі Бернуллі.
9. Означення випадкової величини. Дискретні випадкові величини. Приклади. Розподіл дискретної випадкової величини та його властивість.
10. Випадкові величини загального вигляду. Функція та щільність розподілу та їх властивості.
11. Математичне сподівання. Означення. Властивості. Приклади.
12. Дисперсія. Означення. Властивості. Приклади. Математичне сподівання функції від випадкової величини.
13. Дискретний рівномірний розподіл, біноміальний розподіл, розподіл Пуассона, геометричний та гіпергеометричний розподіли та їх характеристики.
14. Рівномірний, експоненційний та нормальний розподіли та їх характеристики.
15. Лема та нерівність Чебишева.
16. Твірні (генератриса) та характеристичні функції та їх властивості
17. Закон великих чисел та його наслідки.
18. Центральна гранична теорема.
19. Випадкові вектори (система двох випадкових величин). Дискретні випадкові вектори, їх сумісний розподіл та його властивості. Знаходження розподілів компонент.
20. Умовні розподіли компонент випадкового вектору.
21. Незалежність компонент випадкового вектору. Попарна незалежність та незалежність у сукупності.

22. Умовне математичне сподівання та умовна дисперсія компонент випадкового вектору.

Семестр 4

1. Генеральна сукупність та вибірка.
2. Статистичний розподіл вибірки та його властивість. Полігон частот та гістограма. Побудова засобами Excel гістограми як статистичної оцінки щільності розподілу генеральної сукупності.
3. Якісні та кількісні дані. Статистична оцінка параметрів генеральної сукупності та її властивості. Побудова засобами Excel вибіркового середнього, медіани, моди, розмаху, дисперсії, середньоквадратичного відхилення, коефіцієнту варіації.
4. Поняття про викиди даних.
5. Універсальні методи оцінювання параметрів розподілу генеральної сукупності: метод моментів та метод найбільшої правдоподібності.
6. Поняття довірчого інтервалу невідомого параметру генеральної сукупності. Побудова засобами Excel довірчого інтервалу для невідомого середнього нормально розподіленої генеральної сукупності та невідомої ймовірності успіху в схемі Бернуллі.
7. Поняття статистичної гіпотези та критерію її перевірки. Похибки при перевірці статистичної гіпотези.
8. Перевірка гіпотез про рівність певному значенню середнього нормально розподіленої генеральної сукупності та ймовірності успіху в схемі Бернуллі.
9. Вивчення ступеня взаємозв'язку між двома генеральними сукупностями. Коефіцієнт кореляції Пірсона. Його властивості та особливості застосування.
10. Регресія: передбачення одного фактору по іншому. Проста лінійна регресія.
11. Елементи множинної лінійної регресії: побудова лінійної регресійної моделі та її дослідження.

Шкала оцінювання знань здобувачів освіти з формою контролю – екзамен

Оцінка в балах	Лінгвістична оцінка	Оцінка за шкалою ECTS	
		оцінка	пояснення
90–100	Відмінно	A	відмінне виконання
82–89	Дуже добре	B	вище середнього рівня
75–81	Добре	C	загалом хороша робота
67–74	Задовільно	D	непогано
60–66	Достатньо	E	виконання відповідає мінімальним критеріям
1–59	Незадовільно	Fx	необхідне перескладання

Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно «ПОЛОЖЕННЯ про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки» (<http://surl.li/nrtv>).

Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://cutt.ly/KNUhX5f>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/YNUjtIT>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття.

Очікується, що всі здобувачі освіти відвідають усі лекції і лабораторні заняття курсу.

Визнання результатів навчання, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «ПОЛОЖЕННЯ про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у ВНУ імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення здобувача освіти з іншого навчального закладу; під час поновлення на навчання до ВНУ імені Лесі Українки; під час здобуття здобувачем освіти ступеня вищої освіти у двох і більше навчальних закладах або ОПП.

Підстава для визнання результатів навчання – це надана здобувачем освіти академічна довідка, завірена у встановленому порядку, індивідуальний навчальний план (залікова книжка) здобувача освіти або додаток до диплому про попередню освіту. Рішення щодо зарахування залікових кредитів, отриманих у формальній освіті, приймає створена розпорядженням декана Предметна комісія.

По завершенню вивчення ОК «Статистичні методи в економіці та фінансах» здобувачам буде надано анкету з метою оцінювання якості викладання курсу.

Політика щодо академічної доброчесності

Кожен здобувач освіти повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/8NUhbhB>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю (для осіб з особливим освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі використання ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності.

Під час оцінювання результатів навчання здобувачі освіти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перекладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, інформаційні матеріали на ресурсі Moodle (<https://moodle-cs.vnu.edu.ua/>) виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання.

Прозвітуватися про виконання завдань можна у встановлені викладачем терміни під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання

викладачу. Заборгованість із модуля повинна бути ліквідована студентом до початку підсумкового контролю з наступного модуля. Кінцевий термін ліквідації заборгованості з модульного контролю обмежується початком заліково-екзаменаційної сесії.

Перескладання модульних контрольних робіт заборонено. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку.

Рекомендована література

Теоретичні основи

1. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. Київ: Центр учбової літератури, 2010. 424 с.
2. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Ч.1. К.: КНЕУ, 2000. 304 с.
3. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика: Ч.2. К.: КНЕУ, 2001. 336 с.
4. Кушлик-Дивульська О.І., Поліщук Н.В., Орел Б.П., Штабалюк П.І. Теорія ймовірностей та математична статистика: Навч. посіб. К: НТУУ «КПІ», 2014. 212 с.
5. Майборода Р. Є. Комп'ютерна статистика : підручник. К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. 589 с
6. Мекуш О.Г, Ханін О.Г. Елементи кореляційного та регресійного аналізу з використанням Excel: Методичні рекомендації. Луцьк: Вол. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2021. 54 с.
7. Медведєв М.Г., Пащенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Ліра-К., 2008. 536 с.
8. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика. К.:Центр навчальної літератури, 2004. 448 с.
9. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. Дніпропетровськ, ІМА-прес, 2014. 556 с.
10. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К.: Вища школа, 1994. – 192 с.
11. Ханін О.Г. Деякі методи перевірки статистичних гіпотез та їх практичне застосування: Методична розробка до курсу теорії ймовірностей та математичної статистики. – Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т ім. Лесі Українки, 2018. 80 с.

Збірники задач

1. Голомозий В.В., Карташов М.В., Ральченко К.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посібник. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2015. 366 с.
2. Джалладова І.А., Валєєв К.Г. Збірник задач з теорії ймовірностей і математичної статистики. К.: КНЕУ, 2008. 352 с.
3. Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Михалін Г.О. Збірник задач і вправ з теорії ймовірностей і математичної статистики. Полтава: Довкілля-К, 2010. 728 с.
4. Мармуза А.Т. Практикум з математичної статистики. К.: Кондор, 2004. 286 с.
5. Мерзляк. А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: підручник для 9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Х.: Гімназія, 2017. 272 с.
6. Хомяк М. Я. Теорія ймовірностей: Збірник завдань для модульних контрольних робіт. Луцьк: СНУ ім. Лесі Українки, 2020. 22 с.

Погоджено

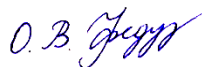
Гарант освітньо-професійної програми:



Ольга Швай

**Силабус освітнього компонента затверджено на засіданні
кафедри математичного аналізу та статистики
протокол № 3 від 6 жовтня 2022 р.**

Завідувач кафедри:



Оксана Федунік-Яремчук