



Волинський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра математичного аналізу та статистики

СИЛАБУС

обов'язкової навчальної дисципліни

МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	01 Освіта / Педагогіка
Спеціальність	014.04 Середня освіта (Математика)
Освітня програма	Середня освіта. Математика
Форма навчання	Денна
Розробник (викладач)	Ханін Олександр Григорович, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: hanin.alex@vnu.edu.ua
Програма навчальної дисципліни	Програма навчальної дисципліни розміщена на сторінці кафедри математичного аналізу та статистики на офіційному сайті ВНУ імені Лесі Українки
Семестр, курс	7 семестр, IV курс
Обсяг дисципліни	Загальний обсяг: 4 кредитів / 120 годин. Аудиторних годин: 54; з них: лекцій – 26 год., практичних – 28 год. Консультацій – 8 год. Самостійної роботи - 58 години.
Форма контролю	Екзамен
Час занять	Тижневих годин: 4 год. Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi?n=700 Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація дисципліни	Випадковість так само, як і закономірність, є невід'ємною складовою оточуючого нас світу. Математична статистика ґрунтується на положеннях теорії ймовірностей і дозволяє організувати правильне збирання та аналіз випадкових даних, які ми можемо спостерігати, і на основі обмеженої кількості таких даних робити об'єктивні висновки про саме явище чи систему, яка їх породжує. Методи математичної статистики застосовуються для аналізу даних у величезному колі задач у самих різноманітних сферах: від освіти, медицини, психології, соціології до техніки, економіки, фінансів та бізнесу. У курсі шкільної математики також вивчаються елементи математичної статистики. Тому оволодіння цим курсом як складової математичної освіти бакалавра зі спеціальності «Середня освіта. Математика» представляється вельми актуальним.
Пререквізити дисципліни	Основи теорії множин та елементи математичної логіки, що вивчаються в курсі «Дискретна математика»; поняття комплексного числа та його представлення, загальні рівняння прямих, кривих та площин, що вивчаються в курсі «Аналітична геометрія»; дії над матрицями, поняття та властивості визначників, що вивчаються у курсі «Лінійна алгебра»; поняття функції однієї та багатьох змінних, границь, похідної, часткової похідної, інтегралів та кратних інтегралів, числових та функціональних рядів, що вивчаються у курсі «Математичний аналіз»; результати та методи, що вивчаються у курсі «Теорія ймовірностей»; основи роботи з Excel, що вивчаються у курсі

	«Інформатика та програмування»; елементарна математика в обсязі програми загальноосвітньої школи.
Постреквізити дисципліни	Дисципліна завершує цикл математичної підготовки бакалавра.
Мета вивчення дисципліни	<p>Формування особистості, розвиток інтелекту, аналітичного та синтетичного мислення, математичної культури та інтуїції; навичок побудови та дослідження імовірнісних математичних моделей тих явищ, у яких фактор випадковості відіграє істотну роль, а також статистичного аналізу даних з метою отримання інформації для виявлення важливих закономірностей та побудови надійних прогнозів; формування математичних компетенцій для викладання відповідних розділів курсу математики у закладах загальної середньої освіти та фахової передвищої освіти; набуття знань, умінь для подальшого успішного вивчення інших математичних дисциплін та навичок застосування отриманих знань на практиці; формування таких загальних та спеціальних компетентностей:</p> <p>ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, до застосування знань у практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК2. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.</p> <p>ЗК3. Здатність спілкуватися державною мовою в професійній діяльності як усно, так і письмово, комунікувати іноземною мовою за предметною спеціальністю.</p> <p>ЗК4. Здатність орієнтуватися в інформаційному просторі, здійснювати пошук, аналіз та обробку інформації з різних джерел, ефективно використовувати цифрові ресурси та технології в освітньому процесі.</p> <p>ФК1. Здатність перенесення системи наукових знань у професійну діяльність та в площину навчального предмета.</p> <p>ФК2. Здатність забезпечувати навчання учнів/здобувачів державною мовою; формувати та розвивати їх мовно-комунікативні уміння і навички в області предметної спеціальності.</p> <p>ПК1. Здатність до реалізації усіх етапів математичного моделювання явищ, процесів та систем, до здійснення базових перетворень математичних моделей з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.</p> <p>ПК2. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.</p> <p>ПК3. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок; здатність конструювати формальні доведення з аксіом та раніше доведених тверджень і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих</p> <p>ПК4. Здатність до кількісного мислення, розробки і дослідження математичних моделей явищ, процесів та систем, використання</p>

	<p>обчислювальних інструментів для чисельних і символічних розрахунків; здатність застосовувати спеціалізовані мови програмування та пакети прикладних програм.</p> <p>ПК5. Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.</p> <p>ПК7. Здатність діяти за заданими базовими математичними алгоритмами, здійснювати їх вибір і застосування; набувати поглиблені когнітивні та практичні уміння і навички необхідні для конструювання алгоритмів, описання способів розв'язання математичних задач у вигляді алгоритмічного припису.</p>
<p>Результати навчання</p>	<p>Вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики сприяє тому, що здобувачі будуть:</p> <p>РН2. Демонструє вміння навчати учнів/здобувачів державною мовою; формувати та розвивати їх мовно-комунікативні уміння і навички засобами навчального предмету та інтегрованого навчання.</p> <p>РН7. Демонструє знання основ фундаментальних і прикладних наук (відповідно до предметної спеціальності), оперує базовими категоріями та поняттями предметної області спеціальності.</p> <p>РН8. Генерує обґрунтовані думки в галузі професійних знань як для фахівців, так і для широкого загалу державною та іноземною мовами.</p> <p>РН9. Застосовує сучасні інформаційно-комунікаційні та цифрові технології у професійній діяльності.</p> <p>РН10. Демонструє володіння сучасними технологіями пошуку наукової інформації для самоосвіти та застосування її у професійній діяльності.</p> <p>ПРН2. Демонструє знання фундаментальної математики на рівні теоретичних основ і застосовує методи алгебри, математичного аналізу, дискретної математики, аналітичної та диференціальної геометрії, топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей і математичної статистики, теорії функцій комплексної змінної для досягнення інших результатів освітньої програми.</p> <p>ПРН3. Називає принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовує умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.</p> <p>ПРН4. Демонструє навички розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; виконує базові перетворення для специфічних ситуацій, застосовує навички управління інформацією і комп'ютерних засобів статистичного аналізу даних.</p> <p>ПРН5. Використовує спеціалізовані програмні засоби комп'ютерної та прикладної математики і інтернет-ресурси.</p> <p>ПРН6. Називає і описує суть методів математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів.</p>

	<p>ПРН9. Знаходить потрібну науково-технічну інформацію у спеціальній науковій і методичній літературі, базах даних та інших джерелах інформації, зокрема іноземною мовою.</p> <p>ПРН10. Вибирає математичні методи розв'язування задач, враховує умови виконання математичних тверджень, коректно проектує умови та твердження на нові класи об'єктів, аналізує і упорядковує відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.</p>
--	---

Структура освітнього компонента

Назви змістовних модулів і тем	Кількість годин					
	Усього	у тому числі				*Форма контролю/ Бали
		Лек.	Практ.	Конс.	Сам. роб.	
1	2	3	4	5	6	7
Змістовний модуль І. Побудова репрезентативних вибірок. Точкове, інтервальне та непараметричне оцінювання						
<p><i>Тема 1. Побудова репрезентативних вибірок</i></p> <p>Генеральна сукупність та вибірка. Стратифікована генеральна сукупність. Репрезентативна та практично репрезентативна вибірка. Види та типи відбору. Реалізація простого випадкового відбору засобами Excel.</p>	6	2	2		2	УО, ДС, Р3/2
<p><i>Тема 2. Непараметричне та точкове оцінювання</i></p> <p>Статистичне означення ймовірності. Типи даних. Використання функції масиву «Частота» для побудови розподілу частот вибіркової сукупності. Побудова гістограми як стовпчикової діаграми частот. Статистична оцінка параметрів генеральної сукупності та її властивості. Побудова засобами Excel вибіркового середнього, квантилів, медіани, моди, розмаху, дисперсії, середньоквадратичного відхилення, коефіцієнтів варіації, вибірових коефіцієнтів асиметрії та ексцесу. Поняття про викиди даних. Універсальні методи оцінювання: метод найбільшої правдоподібності та метод моментів. Розв'язання задач із математичної статистики з курсу математики старшої школи.</p>	30	6	8	2	14	УО, ДС, Р3/8
<p><i>Тема 3. Інтервальне оцінювання</i></p> <p>Поняття довірчого інтервалу невідомого параметру генеральної сукупності. Побудова засобами Excel довірчого</p>	22	4	4	2	12	УО, ДС, Р3/6

інтервалу для невідомого середнього нормально розподіленої генеральної сукупності та невідомої ймовірності успіху в схемі Бернуллі. Інтервал передбачення. Односторонні довірчі інтервали.						
Модульна контрольна робота 1						30
Разом за змістовним модулем I	58	12	14	4	28	46
Змістовий модуль II. Статистичні висновки. Елементи кореляційного та регресійного аналізу						
<i>Тема 4. Перевірка статистичних гіпотез</i> Поняття статистичної гіпотези та критерію її перевірки. Рівень значущості. Критична область та область допустимих значень. Дво- та одностороння перевірка гіпотез. Похибки при перевірці гіпотез. Потужність критерію. Перевірка гіпотез про рівність певному значенню середнього нормально розподіленої генеральної сукупності та ймовірності успіху в схемі Бернуллі. Застосування інтервалу передбачення до прийняття рішення, чи належить нове спостереження тій самій генеральній сукупності. Т-тест для залежних та незалежних вибірок.	32	8	8	2	14	УО, ДС, РЗ/7
<i>Тема 5. Кореляційний та регресійний аналіз</i> Вивчення ступеня взаємозв'язку між двома генеральними сукупностями: діаграма розсіювання та коефіцієнт кореляції Пірсона, його особливості та сфера застосування. Ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена. Проста лінійна регресія: передбачення одного фактору по іншому. Функція Excel «ПРЕДСКАЗ». Множинна лінійна регресія: побудова та аналіз моделі. Функція Excel «ЛИНЕЙН». Деякі проблеми, які виникають при побудові моделі лінійної множинної регресії.	30	6	6	2	16	УО, ДС, РЗ/7
Модульна контрольна робота 2						30
Разом за змістовним модулем II	62	14	14	4	30	44
ІНДЗ						10

Всього годин	120	28	26	8	58	100
---------------------	------------	-----------	-----------	----------	-----------	------------

Форма контролю*: РЗ/К – розв’язування задач / кейсів, ДС – дискусія, ІНДЗ – індивідуальне завдання, УО – усне опитування.

Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів включає в себе:

Опрацювання лекційного матеріалу. Перевірка здійснюється під час практичних занять.	6 год
Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань. Перевірка здійснюється під час практичних занять.	10 год
Систематизація вивченого матеріалу перед контрольними заходами, тестуванням. Перевірка здійснюється під час контрольних заходів, тестування.	4 год
Виконання ІНДЗ	26 год
Всього	46 год

Приклади задач, які входять до ІНДЗ
(ІНДЗ включає 5 завдань)

1. Точкове оцінювання параметрів генеральної сукупності

1. У табл. містяться суми, витрачені в минулому місяці вашими постійними споживачами на покупку вашої продукції.
- a) Визначте середній обсяг продажів на одного постійного споживача.
 - b) Обчисліть коефіцієнт квадратичної варіації та зробіть висновок наскільки типовим значенням вибірки є вибіркоче середнє.
 - c) Визначте медіану і квартилі.
 - d) Обчисліть коефіцієнт квартильної варіації та зробіть висновок наскільки типовим значенням вибірки є вибіркова медіана.
 - e) Знайдіть викиди значень, якщо такі є.
 - f) Якби ви могли розширити цей список постійних споживачів і включити в нього ще три і якби характеристика покупок цих трьох фірм була такою самою, як і у інших, який місячний обсяг продажів можна було б очікувати для цих 13 споживачів?

Табл.

Споживач	Продажі, тис. дол.	Споживач	Продажі, тис. дол.
Consolidated, Inc.	142	Associated, Inc.	93
International, Ltd.	23	Structura), Inc.	17
Business Corp.	41	Communications Co	174
Computer Corp.	10	Technologies, Inc.	420
Information Corp.	7	Comptecty, Ltd.	13

2. У табл. міститься виражена в процентах величина ПДВ в різних країнах.

- a) Побудуйте гістограму для цього набору даних і коротко опишіть форму розподілу.
- b) Визначте середній розмір ПДВ по всіх країнах.
- c) Обчисліть коефіцієнт квадратичної варіації та зробіть висновок наскільки типовим значенням вибірки є вибіркоче середнє.
- d) Знайдіть медіану та квартилі значення ПДВ.
- e) Обчисліть коефіцієнт квартильної варіації та зробіть висновок наскільки типовим значенням вибірки є вибіркова медіана.
- f) Порівняйте середнє і медіану. Чи відповідає ця різниця тому, що ви могли очікувати для такої форми розподілу?

Країна	Величина ПДВ, %	Країна	Величина ПДВ, %
Бельгія	12,5	Голандія	18,5
Канада	7,0	Нова Зеландія	12,5
Данія	15,0	Норвегія	22,0
Франція	18,6	Португалія	16,0
Німеччина	15,0	Іспанія	15,0
Греція	18,0	Швейцарія	6,5
Італія	12,0	Турція	12,5
Японія	3,0	Великобританія	17,5
Люксембург	15,0		

3. У табл. зазначені прибутки крупних торгових фірм з Fortune 500.
- Побудуйте гістограму для цього набору даних і коротко опишіть форму розподілу.
 - Визначте середній розмір прибутку.
 - Обчисліть коефіцієнт квадратичної варіації та зробіть висновок наскільки типовим значенням вибірки є вибіркоче середнє.
 - Знайдіть медіану та квартилі значення прибутку.
 - Обчисліть коефіцієнт квартильної варіації та зробіть висновок наскільки типовим значенням вибірки є вибіркова медіана.
 - Порівняйте середнє і медіану. Чи відповідає ця різниця тому, що ви могли очікувати для такої форми розподілу?

Фірма	Прибуток, млн дол.
Wal-Mart Stores	3526
Sears Roebuck	1118
Kmart	249
J. C. Penney	566
Dayton Hudson	751
Federated Department Stores	536
May Department Stores	775
Dillard's	258
Nordstrom	186
Harcourt General	-115
PROFFTTTS	63
Mercantile Stores	130
Kohl's	141
Dollar General	145
Caldor	-155
Shopko Stores	49
Ames Department Stores	35
Saks Holdings	344
Family Dollar Stores	75
Fingerhut	69
Venture Stores	-195
Bradlees	-108

4. Ви почали кампанію по поліпшенню якості продукції на вашій паперовій фабриці і для цих цілей зібрали велику кількість доповідних записок про проблеми споживачів. Представлена в кожній доповідній записці проблема кодується таким чином: А – відсутність паперу; В - папір занадто товстий; З - папір занадто тонкий; D - ширина паперу не відповідає стандарту; Е - не той колір паперу; F - краї паперу грубо обрізані. Зібрана інформація наведена нижче:

A, A, E, A, A, A, B, A, A, A, B, A, B, F, F, A, A, A, A, A, B, A, A, A, A, C, D, F, A, A, E, A, C, A, A, A, F, F

а) Визначте, які з проблем є типовими

б) Чи можна в цьому випадку обчислити середнє або медіану? Чому?

2. Універсальні методи оцінювання параметрів

1. Випадкова величина X розподілена за дискретним законом розподілу:

$$P_m(x_k) = \frac{\lambda^{x_k} e^{-\lambda}}{x_k!}$$

де m – кількість випробувань в одному досліді, $x_k=0, \dots, m$ - кількість успіхів. Результати дослідів наведені у таблиці:

x_k	0	1	2	3	4	5
Частота n_i	5	20	25	25	20	5

Обрахувати за методом моментів оцінку невідомого параметра λ .

2. Випадкова величина X розподілена за дискретним законом розподілу:

$$P_m(x_k) = \frac{\lambda^{x_k} e^{-\lambda}}{x_k!}$$

де m – кількість випробувань в одному досліді, $x_k=0, \dots, m$ - кількість успіхів. Результати дослідів наведені у таблиці:

N досліду	1	2	3	4	5	6
x_i	5	20	25	25	20	5

Обрахувати за методом моментів оцінку невідомого параметра λ .

3. Випадкова величина X розподілена за дискретним законом розподілу:

$$P_m(x_i) = C_m^{x_i} p^{x_i} (1 - p)^{m - x_i},$$

де m=5 – кількість випробувань в одному досліді, $x_k=0, \dots, m$ - кількість успіхів. Результати дослідів наведені у таблиці (n_i – частота спостережень значення x_i):

x_i	0	1	2	3	4
n_i	5	2	1	1	1

Обрахувати за методом моментів оцінку невідомого параметра p .

4. Випадкова величина X розподілена за дискретним законом розподілу:

$$P_m(x_i) = C_m^{x_i} p^{x_i} (1-p)^{m-x_i},$$

де $m=5$ – кількість випробувань в одному досліді, $x_k=0, \dots, m$ – кількість успіхів. Результати дослідів наведені у таблиці (x_i – спостережена кількість успіхів):

N досліду	1	2	3	4	5	6
x_i	5	20	25	25	20	5

Обрахувати за методом моментів оцінку невідомого параметра p .

5. Випадкова величина X розподілена за неперервним законом розподілу:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (x \geq 0).$$

Вибірковий розподіл величини X наведений у таблиці (n_i – частота спостережених значень x_i):

x_i	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
n_i	133	45	15	4	2	1

Обрахувати за методом моментів оцінку невідомого параметра λ .

6. Випадкова величина X розподілена за неперервним законом розподілу:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (x \geq 0).$$

Вибірковий розподіл величини X наведений у таблиці:

№ досліду	1	2	3	4	5	6
Спостережене значення	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5

Обрахувати за методом моментів оцінку невідомого параметра λ .

7. Знайти за методом моментів оцінку невідомого параметра p розподілу

$$P(X = x_i) = (1-p)^{x_i-1} \cdot p,$$

який представляє собою ймовірність того, що подія («успіх») вперше появилася в x_i -му випробуванні, якщо у чотирьох дослідів подія вперше появилася у третьому, п'ятому, сьомому та дев'ятому випробуваннях.

8. Випадкова величина X розподілена за неперервним законом розподілу:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-(x-a)^2/(2\sigma^2)}.$$

Спостережені значення величини X наведені нижче:

3,1; 3,3; 2,9; 3,0; 3,1; 3,2; 2,8; 2,7; 3,1; 3,2;
2,9; 3,0; 2,9; 3,1; 2,8; 2,9; 3,2; 3,3; 2,9; 3,1; 3,2; 3,0.

Обрахувати за методом моментів оцінки невідомих параметрів a та σ .

9. Випадкова величина X розподілена за рівномірним законом розподілу на відрізку $[a; b]$.

Спостережені значення величини X наведені нижче:

12, 14, 19, 15, 14, 18, 13, 16, 17, 12,
 20, 17, 15, 13, 17, 16, 20, 14, 14, 13,
 17, 16, 15, 19, 16, 15, 18, 17, 15, 14,

Обрахувати за методом моментів оцінку невідомих параметрів a і b .

10. Випадкова величина X розподілена за дискретним законом розподілу:

$$P_m(x_i) = C_m^{x_i} p^{x_i} (1-p)^{m-x_i},$$

де $m=5$ – кількість випробувань в одному досліді, $x_k=0, \dots, m$ - кількість успіхів.
 Результати дослідів наведені у таблиці:

N досліду	1	2	3	4	5	6
x_i	5	20	25	25	20	5

Обрахувати за методом найбільшої правдоподібності оцінку невідомого параметра p .

11. Випадкова величина X розподілена за дискретним законом розподілу:

$$P_m(x_k) = \frac{\lambda^{x_k} e^{-\lambda}}{x_k!}$$

де m – кількість випробувань в одному досліді, $x_k=0, \dots, m$ - кількість успіхів.
 Результати дослідів наведені у таблиці:

x_k	0	1	2	3	4	5
Частота n_i	5	20	25	25	20	5

Обрахувати за методом найбільшої правдоподібності оцінку невідомого параметра λ .

12. Випадкова величина X розподілена за дискретним законом розподілу:

$$P_m(x_k) = \frac{\lambda^{x_k} e^{-\lambda}}{x_k!}$$

де m – кількість випробувань в одному досліді, $x_k=0, \dots, m$ - кількість успіхів.
 Результати дослідів наведені у таблиці:

N досліду	1	2	3	4	5	6
x_i	5	20	25	25	20	5

Обрахувати за методом найбільшої правдоподібності оцінку невідомого параметра λ .

13. Випадкова величина X розподілена за неперервним законом розподілу:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (x \geq 0).$$

Вибірковий розподіл величини X наведений у таблиці (n_i – частота спостережених значень x_i):

x_i 5 15 25 35 45 55 65
 n_i 365 245 150 100 70 45 25

Обрахувати за методом найбільшої правдоподібності оцінку невідомого параметра λ .

14. Випадкова величина X розподілена за неперервним законом розподілу:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (x \geq 0).$$

Вибірковий розподіл величини X наведений у таблиці:

№ досліду	1	2	3	4	5	6
Спостережене значення	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5

Обрахувати за методом найбільшої правдоподібності оцінку невідомого параметра λ .

15. Випадкова величина X розподілена за дискретним законом розподілу:

$$P_m(x_i) = C_m^{x_i} p^{x_i} (1-p)^{m-x_i},$$

де $m=5$ – кількість випробувань в одному досліді, $x_k=0, \dots, m$ - кількість успіхів.

Результати дослідів наведені у таблиці (n_i – частота спостережень значення x_i):

x_i	0	1	2	3	4
n_i	5	2	1	1	1

Обрахувати за методом найбільшої правдоподібності оцінку невідомого параметра p .

3. Непараметричне оцінювання щільності розподілу генеральної сукупності

1. Розгляньте представлені в таблиці дані про прибутковість (у відсотках за рік) неоподатковуваних облігацій.

а) Побудуйте гістограму для цього набору даних.

б) На основі гістограми визначте типові (модальні) значення прибутковості для неоподатковуваних облігацій.

в) Опишіть форму розподілу (чи є нормальним, симетричним, уні- чи бімодальним)

Табл. Доходність неоподаткованих облігацій

Емісія	Доходність, %	Емісія	Доходність, %
Austin Tex Airport	6,13	Mass Bay Trans Auth	6,00
Austin Tex Airport	6,12	NY Lcl Govt Ser 95 A	6,07
Chgo Ill Gas Rev Bds	6,15	NYC Muni Wtr Rn Auth	6,08
Clark Co Nev Rev Bds	6,13	NYC Muni Wtr Rn Auth	6,11
Clark Co Nev Rev Bds	6,01	NYS Energy Res & Dev	6,13
DadeCoFlaAviatRev	6,01	NYS Med Care Fac	5,99
Dallas-Ft Worth Arpt	5,89	NYS Thruway	5,94
Denver Colo Arpt	5,92	NYS Thruway Auth	5,84
Denver Colo Arpt	5,94	NYS Urban Dev Corp	5,95
FlaDept Trans Tpk Bds	5,85	Ohio Air Qty Dev Auth	6,07
Ra Dept Trans Tpk Bds	5,86	Orange Co Calif	6,08
Ra St Bd Ed	5,85	Orange Co R Hlth	5,90
Rorida St Bd Ed	5,92	Orange Co Ra	5,96
HoustonTxWtr&Swr	6,06	Palm Beach Ra Ser 19	5,79
Houston Tx Wtr & Swr	6,01	Phila Pa Arpt Ser 19	6,15
LA Co MTA Calif	5,96	PR elec Pwr Auth	6,00
LAMTACalif	5,94	PR Bec Pwr Auth Ser X	6,00
Lehigh Co IDA Pa	6,05	PR Pub Bldge Auth	5,81
Madera Co Calif	6,13	PtAuthofNY&NJ	5,91
MassBay Trans Auth	5,88	SC Public Svc Auth	5,96

2. Деяка компанія управляє великим і диверсифікованим портфелем акцій, об'ємом приблизно 67 мільярдів доларів. Дані про ринкову вартість цих інвестицій наведені в табл.

- а) Побудуйте гістограму набору даних.
- в) Опишіть форму розподілу
- г) Розрахуйте логарифм кожного із значень даних.
- д) Побудуйте гістограму для логарифмів значень.
- е) Опишіть форму розподілу логарифмів значень.

Табл. Інвестиції

Магазин	Ринкова вартість портфелю, тис. дол.	Магазин	Ринкова вартість портфелю, тис. дол.
Australia Gas Ught Co.	3463	Lechters, Inc.	293
Bed Batti & Beyond, Inc.	26445	Unens N Things, Inc.	315
Best Buy, Inc.	1304	Maxim Group, Inc. (The)	706
Bombay, Inc.	1671	Microage, Inc.	52
Compucom Systems, Inc	71	Musidand Stores, Inc.	2843
CompUSA Inc.	29 816	Pier 11mports, Inc.	29 530
Egghead. Com, Inc.	1007	Rex Stores Corp.	2521
Ethan Allen Interiors, Inc.	335	Sun Television & Appliances, Inc.	416
Good Guys, Inc.	2814	Sunbeam Corp.	5346
Heilig Meyers Co.	192	Tandy Corp.	67 305
Inacom Corp.	600	Trans World Entertainment Corp.	293
JD Group Ud.	398	Williams-Sonoma, Inc.	18 822

3. Розглянемо процентну зміну доходів компаній зі списку Fortune 500, які виробляють фотоапаратуру, науково-дослідне та вимірювальне обладнання.

- а) Побудуйте гістограму набору даних.
- б) Опишіть форму розподілу.
- в) Компанія Varian Associates має найбільше зниження доходу (-10,9%) і, на перший погляд, повинна чимось відрізнятися від інших компаній. Виходячи з побудованої в п. "а" гістограми, скажіть, чи є фірма Varian викидом? Обґрунтуйте свій висновок.

Табл. Річна зміна доходів компаній (%), що виробляють фотоапаратуру, науково-дослідне та вимірювальне обладнання

Компанія	Зміна доходів, %
Minnesota Mining & Mfg.	5,9
Eastman Kodak	-9,4
Honeywell	9,8
Baxter International	12,9
Thermo Electron	21,3
Becton Dickinson	1,5
Medtronic	12,4

Polaroid	-5,7
Tektronix	9,7
Bausch & Lomb	-0,6
Boston Scientific	28,1
EG&G	-1,8
Varian Associates	-10,9
Guidant	26,7
Perkin-Bmer	9,8
Teradyne	8,1
C. R. Bard	1,6
Beckman Instruments	16,5
United States Surgical	5,3

4. Довірчі інтервали

1. Ваша сільськогосподарська фірма збирається придбати деяку велику ділянку, придатну для обробки землі. Для прийняття рішення необхідно вивчити родючість землі на цій ділянці. Випадкова вибірка з 62 невеликих ділянок демонструє середню врожайність 103,6 бушелів кукурудзи з акра зі стандартним відхиленням 9,4 бушеля з акра. Побудуйте двосторонній 95% довірчий інтервал для середнього врожаю, зібраного з усієї великої ділянки землі, можливість покупки якої вивчається.

2. Ваша компанія виробляє і поширює заморожені харчові продукти. Одна упаковка даного продукту повинна мати вагу - 24,5 унції. Була зважена випадкова вибірка з денною продукції, і результати виявилися наступними: середня вага 24,41 унції, стандартне відхилення - 0,11 унції, розмір вибірки - 5 упаковок. Побудуйте двосторонній 95% довірчий інтервал для середньої ваги всіх упаковок, випущених за цей день.

3. Ваш відділ технічного контролю якості проаналізував вміст 20 випадково відібраних бочок з матеріалами, які використовують при виготовленні пластикового садового інструменту. Отримані наступні результати: середнє - 41,93 галона придатного до вживання матеріалу в кожній бочці зі стандартною помилкою 0,040 галона на бочку. Визначте двосторонній 95% довірчий інтервал для середнього генеральної сукупності.

4. Ваша пекарня випікає батони хліба, вага яких, як зазначено на етикетці, становить 1 фунт. Нижче наведена вага батонів, випадково відібраних з сьогоднішньої випічки.

1,02; 0,97; 0,98; 1,10; 1,00; 1,02; 0,98; 1,03; 1,05; 1,02; 1,06.

Визначте 95% довірчий інтервал для середньої ваги всіх батонів з сьогоднішньої випічки.

5. Перевірка статистичних гіпотез

1. Щоб націлити рекламну кампанію свого ресторану на людей необхідної вікової групи, ви хочете з'ясувати, чи існує статистично значуща різниця між середнім віком ваших клієнтів і

середнім віком усіх жителів міста, який становить 43,1 року. У випадковій вибірці з 50 ваших клієнтів середній вік дорівнює 33,6 року зі стандартним відхиленням 16,2 року.

а) Сформулюйте словами і в математичних позначеннях нульову і дослідницьку (альтернативну) гіпотези для двостороннього тесту.

б) Виконайте двосторонній тест на рівні значущості 5% і опишіть отриманий результат.

2. Частину складальної лінії необхідно регулювати, якщо консистенція пластику стає занадто в'язкою або, навпаки, недостатньо в'язкою у порівнянні зі значенням в'язкості 56,00, яке ваші інженери розглядають як прийнятне. Ви вирішуєте здійснювати налаштування тільки тоді, коли є впевненість, що система "вийшла з під контроль", тобто коли існує реальна необхідність для налаштування. Середнє значення в'язкості в останніх 14. вимірах склало 51,22 зі стандартним відхиленням 3,18.

а) Сформулюйте словами і в математичних позначеннях нульову і дослідницьку (альтернативну) гіпотези для двосторонньої перевірки.

б) Виконайте двосторонній тест при рівні значущості 5% і опишіть отриманий результат.

в) Виконайте двосторонній тест при рівні значущості 1% і опишіть отриманий результат.

3. З вашої бази даних, що містить інформацію про 14916 клієнтів, випадковим чином відібрано для опитування 725 осіб. З них 114 осіб незадоволені сервісом вашої компанії. Компанія поставила за мету знизити відсоток незадоволених споживачів до 10% або менше. Як ви вважаєте, ця мета вже досягнута чи поки що відсоток незадоволених все ще вище 10%? Обґрунтуйте свою відповідь.

6. Кореляція та регресія

1. Розглянемо сукупність даних з табл., що представляє собою термін служби (в роках) та витрати на технічне обслуговування (в тисячах доларів за рік) для п'яти однакових друкарських пресів.

а) Побудуйте діаграму розсіювання для цієї сукупності даних. Якому типу взаємозв'язку відповідає ця діаграма?

б) Розрахуйте кореляцію між терміном служби і витратами на технічне обслуговування. Який висновок можна зробити на підставі цієї кореляції?

в) За допомогою функції «ЛИНЕЙН» знайдіть рівняння регресії, яке дозволяло б прогнозувати витрати на техобслуговування на основі терміну служби обладнання. Покажіть відповідну лінію на діаграмі розсіювання.

г) Якими, на вашу думку, будуть річні витрати на техобслуговування одного преса з семирічним терміном служби?

д) Яка в цьому випадку типова величина помилок прогнозування?

- е) Яка частина варіації витрат на техобслуговування пояснюється тим, що термін служби одних пресів більше, ніж інших?
- ж) Чи пояснює чи термін служби обладнання значиму частину варіації витрат на техобслуговування? Як ви про це дізналися?
- з) Ваш колега запропонував запланувати річні витрати на техобслуговування в обсязі \$ 20 000 на один рік віку кожного преса. Виконайте перевірку гіпотез на рівні 5% і з'ясуйте, чи значуще спостережені річні витрати відрізняються від тих, які пропонує ваш колега.

Табл.

Термін служби	Витрати на техобслуговування
2	6
5	14
9	23
3	5
8	22

2. Швидкодія комп'ютерів, об'єднаних в мережу, при виникненні перевантажень, як правило, знижується. Природно, чим більше завантаження комп'ютера (в результаті звернень з боку інших користувачів або виконання якоїсь іншої роботи), тим більшим має бути час реакції. Цей час реакції (в секундах) вимірювався в різні моменти часу разом з кількістю користувачів в системі та завантаженням комп'ютера. Відповідні дані представлені в табл.

- а) Проаналізуйте ці дані, запропонувавши власний коментар з приводу взаємозв'язків в трьох діаграмах розсіювання, які ви можете зобразити, розглядаючи попарно зазначені змінні. Зокрема, виглядають, на вашу думку, ці взаємозв'язки розумними?
- б) Розрахуйте кореляційну матрицю і порівняйте її з взаємозв'язками, які ви спостерігаєте на діаграмах розсіювання.
- в) Складіть рівняння регресії для прогнозування часу реакції, виходячи з кількості користувачів і завантаження комп'ютера.
- г) У яких приблизно межах (кількість секунд) для цієї сукупності даних можна прогнозувати час реакції виходячи з кількості користувачів і завантаження комп'ютера?
- д) Чи є F-тест значущим? Про що це говорить вам?
- е) Чи є значущими коефіцієнти регресії? Інтерпретуйте для кожної змінної її поправочний вплив на час реакції.
- ж) Зверніть увагу, що два коефіцієнта регресії дуже відрізняються між собою. Обчисліть стандартизовані коефіцієнти регресії з метою їх порівняння. Зробіть коментар про відносну важливості кількості користувачів і завантаження комп'ютера з точки зору їх впливу на час реакції.

Табл. Час реакції комп'ютера, кількість користувачів та рівень завантаженості

Час реакції	Кількість користувачів	Завантаженість комп'ютера, %
0,31	1	20,2
0,69	8	22,7
2,27	18	41,7
0,57	4	24,6
1,28	15	20,0
0,88	8	39,0
2,11	20	33,4
4,84	22	63,9
1,60	7.	35,8
5,06	26	62,3

Критерії оцінювання студентів за ІНДЗ:

оцінювання ІНДЗ здійснюється за **10 бальною** шкалою. Звіт про виконання ІНДЗ подається у вигляді виконаних в Excel завдань.

Критерії оцінювання ІНДЗ

№ з/п	Критерії оцінювання роботи	Максимальна кількість балів за кожним критерієм
1.	Завдання 1. (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
2.	Завдання 2. (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
3.	Завдання 3. (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
4.	Завдання 4. (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
5.	Завдання 5. (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
Разом		10 балів

Політика оцінювання

Оцінювання навчальних досягнень здобувачів здійснюється за результатами поточного контролю та підсумкового модульного контролю (письмові модульні контрольні роботи). Форми контролю та бали за них прописані в останньому стовпці таблиці «Структура освітнього компонента».

Максимальна кількість балів, яку може заробити здобувач освіти під час поточного оцінювання за семестр – 40 балів. Робота здобувача на практичних заняттях оцінюється виходячи з компетентностей, проявлених ним на основі його самостійної роботи: здатності до автономної роботи та вміння шукати інформацію та послуговуватися нею, презентувати здобуті знання та проявляти комунікативну компетентність (вести дискусію, обстоювати власні міркування, брати участь у командній роботі). Здобувачам, які брали участь у роботі конференцій, підготовці наукових публікацій, участь в конкурсах студентських наукових робіт можуть присуджуватися додаткові (бонусні) бали, які зараховуються як результати поточного контролю.

Підсумковий модульний контроль за семестр включає в себе оцінки за дві модульні контрольні роботи (МКР). Максимальна кількість балів, яку може заробити здобувач освіти під час модульного контролю за семестр складає 60 балів.

Підсумкова семестрова оцінка виставляється без складання екзамену за результатами поточного і модульного контролю у випадку, якщо здобувач освіти успішно виконав усі завдання, передбачені силабусом, і набрав при цьому не менше 75 балів. В іншому разі здобувач освіти складає екзамен, при цьому, максимальна кількість балів, яку можна отримати на екзамені – 60. Вони замінюють бали модульного семестрового контролю, поточний семестровий контроль при цьому зберігається. Екзамен проходить у письмовій формі (тривалість 90 хв.). На нього виносяться основні питання, завдання, що потребують творчої відповіді та уміння синтезувати отриманні знання. У кожному екзаменаційному білеті міститься одне теоретичне питання, а також три практичних завдання. Оцінка за семестр є сумою балів поточного контролю та балів, отриманих під час екзамену.

Письмові модульні контрольні роботи містять типові задачі відповідного змістового модуля і теоретичне питання з обґрунтуванням. ІНДЗ розв'язуються самостійно в позааудиторний час. Звіт про виконання ІНДЗ подається в електронному вигляді та складається з виконаних в Excel та належним чином оформлених запропонованих студенту завдань. Оцінка роботи здійснюється відповідною кількістю балів.

Повторне складання екзамену допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДО ЕКЗАМЕНУ

1. Генеральна сукупність та вибірка.
2. Статистичний розподіл вибірки та його властивість. Полігон частот та гістограма. Побудова засобами Excel гістограми як статистичної оцінки щільності розподілу генеральної сукупності.
3. Якісні та кількісні дані. Статистична оцінка параметрів генеральної сукупності та її властивості. Побудова засобами Excel вибіркового середнього, медіани, моди, розмаху, дисперсії, середньоквадратичного відхилення, коефіцієнту варіації.
4. Поняття про викиди даних.
5. Універсальні методи оцінювання параметрів розподілу генеральної сукупності: метод моментів та метод найбільшої правдоподібності.
6. Поняття довірчого інтервалу невідомого параметру генеральної сукупності. Побудова засобами Excel довірчого інтервалу для невідомого середнього нормально розподіленої генеральної сукупності та невідомої ймовірності успіху в схемі Бернуллі.
7. Поняття статистичної гіпотези та критерію її перевірки. Похибки при перевірці статистичної гіпотези.
8. Перевірка гіпотез про рівність певному значенню середнього нормально розподіленої генеральної сукупності та ймовірності успіху в схемі Бернуллі.
9. Вивчення ступеня взаємозв'язку між двома генеральними сукупностями. Коефіцієнт кореляції Пірсона. Його властивості та особливості застосування.
10. Регресія: передбачення одного фактору по іншому. Проста лінійна регресія.
11. Елементи множинної лінійної регресії: побудова лінійної регресійної моделі та її дослідження.

Шкала оцінювання знань здобувачів освіти з формою контролю – екзамен

Оцінка в балах	Лінгвістична оцінка	Оцінка за шкалою ECTS	
		оцінка	пояснення
90–100	Відмінно	A	відмінне виконання
82–89	Дуже добре	B	вище середнього рівня
75–81	Добре	C	загалом хороша робота
67–74	Задовільно	D	непогано
60–66	Достатньо	E	виконання відповідає мінімальним критеріям
1–59	Незадовільно	Fx	необхідне перескладання

Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно «ПОЛОЖЕННЯ про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки» (<http://surl.li/nrtv>).

Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://cutt.ly/KNUhX5f>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/YNUjtIT>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття.

Очікується, що всі здобувачі освіти відвідають усі лекції і лабораторні заняття курсу.

Визнання результатів навчання, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «ПОЛОЖЕННЯ про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у ВНУ імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення здобувача освіти з іншого навчального закладу; під час поновлення на навчання до ВНУ імені Лесі Українки; під час здобуття здобувачем освіти ступеня вищої освіти у двох і більше навчальних закладах або ОПП.

Підстава для визнання результатів навчання – це надана здобувачем освіти академічна довідка, завірена у встановленому порядку, індивідуальний навчальний план (залікова книжка) здобувача освіти або додаток до диплому про попередню освіту. Рішення щодо зарахування залікових кредитів, отриманих у формальній освіті, приймає створена розпорядженням декана Предметна комісія.

По завершенню вивчення ОК «Математична статистика» здобувачам буде надано анкету з метою оцінювання якості викладання курсу.

Політика щодо академічної доброчесності

Кожен здобувач освіти повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/8NUhbhB>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю (для осіб з особливим освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі використання ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності.

Під час оцінювання результатів навчання здобувачі освіти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедайннів та перекладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, інформаційні матеріали на ресурсі Moodle (<https://moodle-cs.vnu.edu.ua/>) виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання.

Прозвітуватися про виконання завдань можна у встановлені викладачем терміни під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу. Заборгованість із модуля повинна бути ліквідована студентом до початку підсумкового контролю з наступного модуля. Кінцевий термін ліквідації заборгованості з модульного контролю обмежується початком заліково-екзаменаційної сесії.

Перекладання модульних контрольних робіт заборонено. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку.

Рекомендована література

МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

1. Мекуш О.Г, Ханін О.Г. Елементи кореляційного та регресійного аналізу з використанням Excel: Методичні рекомендації. Луцьк: Вол. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2021. 54 с.
2. Ханін О.Г. Деякі методи перевірки статистичних гіпотез та їх практичне застосування: Методична розробка до курсу теорії ймовірностей та математичної статистики. – Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т ім. Лесі Українки, 2018. 80 с.

Теоретичні основи

1. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. Київ: Центр учбової літератури, 2010. 424 с.
2. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Ч.1. К.: КНЕУ, 2000. 304 с.
3. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика: Ч.2. К.: КНЕУ, 2001. 336 с.
4. Кушлик-Дивульська О.І., Поліщук Н.В., Орел Б.П., Штабальок П.І. Теорія ймовірностей та математична статистика: Навч. посіб. К: НТУУ «КПІ», 2014. 212 с.
5. Майборода Р. Є. Комп'ютерна статистика : підручник. К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. 589 с
6. Медведєв М.Г., Пащенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Ліра-К., 2008. 536 с.

7. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика. К.: Центр навчальної літератури, 2004. 448 с.
8. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. Дніпропетровськ, ІМА-прес, 2014. 556 с.
9. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К.: Вища школа, 1994. – 192 с.

Збірники задач

1. Голомозий В.В., Карташов М.В., Ральченко К.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посібник. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2015. 366 с.
2. Джалладова І.А., Валєєв К.Г. Збірник задач з теорії ймовірностей і математичної статистики. К.: КНЕУ, 2008. 352 с.
3. Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Михалін Г.О. Збірник задач і вправ з теорії ймовірностей і математичної статистики. Полтава: Довкілля-К, 2010. 728 с.
4. Мармуза А.Т. Практикум з математичної статистики. К.: Кондор, 2004. 286 с.
5. Мерзляк. А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: підручник для 9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Х.: Гімназія, 2017. 272 с.
6. Хомяк М. Я. Теорія ймовірностей: Збірник завдань для модульних контрольних робіт. Луцьк: СНУ ім. Лесі Українки, 2020. 22 с.

Погоджено

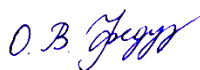
Гарант освітньо-професійної програми:



Ольга Швай

**Силабус освітнього компонента затверджено на засіданні
кафедри математичного аналізу та статистики
протокол № 2 від 5 вересня 2023 р.**

Завідувач кафедри:



Оксана Федунік-Яремчук