



Волинський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра теорії функцій та методики навчання математики

СИЛАБУС

вибіркового освітнього компонента №3

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ МІРИ ТА ІНТЕГРАЛА ЛЕБЕГА

Рівень вищої освіти	Другий (магістерський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Математика
Форма навчання	Денна
Розробник (викладач)	Харкевич Юрій Іліодорович, кандидат фіз.-мат. наук, професор
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: kharkevich.yuriy@vnu.edu.ua Телефон: 099-763-97-54
Семестр, курс	2 семестр, I курс
Обсяг освітнього компонента	Загальний обсяг: 4 кредити / 120 годин. Аудиторних годин: 24; з них: лекцій – 10 год., практичних – 14 год. Самостійної роботи: 88 годин.
Форма контролю	Залік
Час занять	Тижневих годин: 1,5 год. Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація курсу	Курс «Елементи теорії міри та інтеграла Лебега» належить до переліку вибіркових освітніх компонентів, забезпечує професійний розвиток магістра та спрямована на поглиблене вивчення питань теорії вимірних та інтегрованих за Лебегом функцій. Під час вивчення ОК розглядатимуться основні властивості простору функцій інтегрованих за Лебегом із p -им степенем, різні види збіжності в просторі L_p та зв'язок між ними, ряди по ортогональних системах, основні властивості функцій із обмеженою варіацією, абсолютно неперервні функції і їх властивості, умови відновлення функції за її похідною, міра Лебега-Стільтєса і її властивості, інтеграл Лебега-Стільтєса і його властивості, інтеграл Рімана-Стільтєса і його властивості.
Предреквізити	Необхідний мінімум для початку вивчення: курси «Математичний аналіз I» та «Математичний аналіз II» (бакалаврський рівень), «Функціональний аналіз», «Теорія міри та інтегралу Лебега» (бакалаврський рівень).
Постреквізити	Результати навчання, здобуті при вивченні курсу «Елементи теорії міри та інтеграла Лебега» можуть бути використані для подальшого розвитку теоретичних досліджень з теорії функцій дійсної змінної. Більш глибокого вивчення теорії міри і інтеграла Лебега дозволяє отримати повне уявлення про інтегральне числення і набути навичок побудови інтегральних сум в задачах прикладного характеру. Дана

	<p>дисципліна дає можливість засвоїти основні теоретичні відомості з абстрактної теорії міри та інтегралу Лебега, а також практичні вміння та навички щодо обчислення міри множин та інтегрування функцій.</p>
<p>Мета і завдання освітнього компонента</p>	<p>Метою викладання ОК «Елементи теорії міри та інтеграла Лебега» є: знайомство студентів з основними теоретичними фактами, пов'язаними із мірою та інтегралом Лебега, а також оволодіння навичками використання їх при більш глибоких дослідженнях в математичному та функціональному аналізі та інших наукових галузях. При вивченні курсу формуються такі загальні та спеціальні компетентності:</p> <ul style="list-style-type: none"> • здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики (ЗК-1); • здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-3); • здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань (ЗК-4); • здатність до виконання дослідницької роботи з елементами наукової новизни (ЗК-7); • знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань (СК-1); • здатність до використання принципів, методів та організаційних процедур дослідницької та/або інноваційної діяльності (СК-3); • спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (СК-4); • здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих здатність ініціювати й проводити наукові дослідження у спеціалізованій області математики (СК-12).
<p>Результати навчання</p>	<p>Вивчення ОК «Елементи теорії міри та інтеграла Лебега» сприяє тому, що здобувачі будуть:</p> <ul style="list-style-type: none"> • відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії (ПРН-3-2); • уміти використовувати фундаментальні математичні закономірності у професійній діяльності (ПРН-У-1); • читати і розуміти фундаментальні розділи математичної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій доповіді (ПРН-У-2); • бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми (ПРН-У-8); • застосовувати методи теорії функцій та функціонального аналізу при розв'язуванні практичних задач (ПРН-У-13)

До кінця вивчення курсу здобувачі будуть знати:

- основні властивості простору функцій інтегрованих за Лебегом із p -им степенем;
- різні види збіжності в просторі L_p та зв'язок між ними;
- ряди по ортогональних системах;
- прямий добуток систем множин та мір;
- умови за яких можлива зміна порядку інтегрування в повторному інтегралі;
- властивості монотонних функцій і їх диференційовність;
- основні властивості функцій із обмеженою варіацією;
- абсолютно неперервні функції і їх властивості;
- умови відновлення функції за її похідною;
- міра Лебега-Стітьєса і її властивості;
- інтеграл Лебега-Стітьєса і його властивості;
- інтеграл Рімана-Стітьєса і його властивості.

До кінця навчання студенти набудуть таких умінь:

- використання нерівностей Юнга, Мінковського, Гельдера при різних дослідженнях;
- виділення різних видів збіжності у просторі L_p ;
- виділення ортонормованих систем;
- обґрунтування можливості зміни порядку інтегрування в конкретних випадках;
- знаходження повної варіації функції на відрізку;
- встановлення абсолютної неперервності даної функції;
- відновлення функції за її похідною;
- знаходження абсолютно неперервної, дискретної та сингулярної частин функції;
- знаходження міри Лебега-Стітьєса даної множини;
- обчислення інтеграла Лебега-Стітьєса від конкретної функції;
- обчислення інтеграла Рімана-Стітьєса від конкретної функції;
- з'ясування можливості граничного переходу від знаком інтеграла Лебега-Стітьєса в конкретному випадку.

Структура освітнього компонента

Назви змістових модулів і тем	Усього	Лек.	Практ.	Конс.	Сам. роб.	*Форма контролю / Бали
Змістовий модуль 1. Простір L_p. Монотонні функції						
Тема 1. Властивості простору L_p та збіжність у ньому	17	2	2	1	12	УО, РЗ/ 8 б.
Тема 2. Прямий добуток мір. Теореми Фубіні і Тонеллі.	17	2	2	1	12	УО, РЗ/ 8 б.
Тема 3. Властивості монотонних функцій та їх диференційовність	20	1	2	1	16	УО, РЗ/ 8 б.
Разом за змістовим модулем I	54	5	6	3	40	24 б.
Змістовий модуль 2. Абсолютно неперервні функції. Інтеграл Лебега-Стільтєса						
Тема 4. Функції з обмеженою варіацією та абсолютно неперервні функції	19	2	2	1	14	УО, РЗ/ 8 б.
Тема 5. Відновлення функції за її похідною	21	1	2	2	16	УО, РЗ/ 8 б.
Тема 6. Міра та інтеграл Лебега-Стільтєса і Рімана-Стільтєса.	26	2	4	2	18	УО, РЗ/ 8 б.
Разом за змістовим модулем II	66	5	8	5	48	24 б.
Контрольна робота						32 б.
ІНДЗ						20 б.
Всього годин/ балів	120	10	14	8	88	100 б.

* Форма контролю: УО – усне опитування, РЗ – розв'язування задач.

Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів освіти включає:

1. Підготовка до практичних занять – 14 год;
2. Вивчення тем, що виносяться на самостійне опрацювання – 40 год:
 - Лебегове продовження міри,
 - Міра Жордана та її зв'язок з мірою Лебега
 - Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега,
 - Поняття про знакозмінні міри та теорему Радона-Нікодіма,
 - Поняття про добутки мір та їх подання через інтеграли мір перерізів.
3. Виконання ІНДЗ – 20 год;
4. Систематизація вивченого матеріалу перед контрольною роботою – 14 год.

Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки <https://cutt.ly/7wc5nMnd>.

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Максимальна кількість балів за поточний контроль з освітнього компонента – 100 балів. Поточний контроль реалізується в різних формах, зокрема оцінюється робота на парах (усне опитування, розв'язування задач) (48 балів), самостійне виконання індивідуальних завдань (20 балів) та контрольна письмова робота (32 бали).

Студентам, які брали участь у роботі конференцій, підготовці наукових публікацій, участь в конкурсах студентських наукових робіт можуть присуджуватися додаткові (бонусні) бали, які зараховуються як результати поточного контролю.

Згідно «Положення про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки» від 11 вересня 2020 року (https://vnu.edu.ua/sites/default/files/2021-02/Polozhennia_%20vyznannia_rezultativ_navchannia_formalnoi.pdf) студенту можуть бути зараховані результати навчання, які отримані у формальній, неформальній та/або інформальній освіті.

Якщо за результатами семестру здобувачем накопичено не менше 60 балів, і студент (ка) погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр виставляється без складання заліку в день, передбачений графіком заліково-екзаменаційної сесії. Якщо за результатами семестру накопичено менше 60 балів або студент (ка) не погоджується із результатом, то він (вона) складає залік як ліквідацію академічної заборгованості, при цьому бали, накопичені за семестр, анулюються. Залік проходить у письмовій формі, здобувачу пропонується набір 4 завдань (по дві із кожного змістовного модуля). Максимальна кількість балів під час ліквідації академічної заборгованості з заліку – 100. Повторне складання заліку допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

Шкала оцінювання

Оцінка в балах за всі види навчальної діяльності	Лінгвістична оцінка
90 – 100	Зараховано
82 – 89	
75 – 81	
67 -74	
60 – 66	
1 – 59	Незараховано (необхідне перескладання)

Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно «Положення про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки» (<https://tinyurl.com/4exy339t>).

Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://vnu.edu.ua/uk/statut-snu-imeni-lesi-ukrayinki>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://tinyurl.com/ymvfkvyu>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття; списування. Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування, навчання в рамках програм академічної мобільності) навчання може відбуватися в онлайн формі за погодженням із викладачем.

Політика щодо академічної доброчесності

Кожен студент повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://ra.vnu.edu.ua/wp-content/uploads/2020/11/Kodeks-akademichnoyi-dobrochesnosti.pdf>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі запозичень ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перескладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу. Індивідуальні завдання, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (бали будуть знижені на 10%).

Рекомендована література

Методичне забезпечення

1. Коренков М.Є., Харкевич Ю.І. Теорія міри та інтеграла (теореми і вправи): навч. посіб. Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2013. 172 с.
2. Коренков М.Є., Харкевич Ю.І. Основи функціонального аналізу: навч. посіб. Луцьк: Волин. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2021. 250 с.

Основна література

1. Федак І.В. Елементи теорії міри та інтеграла Лебега: Навчальний посібник. Івано-Франківськ: Сімик, 2011. 168 с.

2. Дороговцев А.Я., Константинов О.Ю., Курченко О.О., Івасишен С.Д. Завдання для практичних і лабораторних занять з курсу «Теорія міри та інтеграла» для студентів спеціальності «математика». К.: КДУ, 1991. 76 с.
3. Сторож О.Г. Збірник задач з теорії міри та функціонального аналізу. Львів, видавець І.В. Чижиков, 2011. 148 с.
4. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального К.: Вища школа, 1974. 455 с.

Додаткова література

1. Банах С.С. Курс функціонального аналізу. Київ, 1948. 221 с.
2. Березанський Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Т. Функціональний аналіз. Львів: Видавець І.Е.Чижиков, 2014. 559 с.

Погоджено


Гарант освітньо-професійної програми



Кальчук І.В.

Затверджено на засіданні кафедри теорії функцій та методики навчання математики
протокол № 1 від 06 вересня 2023 р.

Завідувач кафедри



Гембарська С.Б.

