

**Завдання для I (дистанційного) туру
олімпіади з математики у 2021 році**

1. У рівнобічній трапеції діагональ ділить її тупий кут навпіл. Обчислити середню лінію трапеції, якщо її периметр дорівнює 48, а менша основа 6.

2. Знайти найменше значення виразу $x + y + z$, якщо
$$\begin{cases} xy + yz = 8, \\ yz + xz = 9, \\ xz + xy = 5. \end{cases}$$

3. Дано два тризначних числа, причому жодне з них не ділиться на 37, а їх сума ділиться на 37. Приписавши одне число до другого, отримали деяке шестизначне число. Доведіть, що воно ділиться на 37.

4. Із двох пунктів, відстань між якими 100 км, виїхали одночасно назустріч один одному два велосипедисти. Швидкість першого велосипедиста 15 км/год, а другого - 10 км/год. Разом з першим велосипедистом вибіг собака з швидкістю 20 км/год. Зустрівши другого велосипедиста, собака повернув назад і побіг назустріч першому велосипедисту. Зустрівши першого, він знову повернув і побіг назустріч другому велосипедисту. Собака бігав між велосипедистами доти, поки вони не зустрілися. Скільки кілометрів пробіг собака?

5. Знайти суму дійсних коренів рівняння $f(x) = 0$, якщо всі дійсні значення x задовольняють рівність $f(2x + 1) = 4x^2 + 14x$.